



III SECUNDARIA

TERCER



Descartes

BIMESTRE

**FACTORIZACIÓN**

Definición: es el proceso de transformación de un polinomio en una multiplicación indicada de factores primos sobre un determinado campo numérico.

En este capítulo veremos 2 casos iniciales

- Método del Factor Común
- Método de las Identidades

A.- Factor Común

Dado un polinomio se extrae el MCD de los coeficientes, luego, la(s) variable(s) común(es)

Ejemplos:

01.- Factorizar: $ac + ad + bc + bd$

Solución:

Agrupando de dos en dos

$$= (ac + ad) + (bc + bd)$$

$$= a(c+d) + b(c+d)$$

$$= (c+d)(a+b) \dots\dots \text{Rpta.}$$

02.- Factorizar:

$$2x^2 + 2xc - 3bx - 3bc$$

Agrupando el primero con el segundo, y los dos últimos:

$$= (2x^2 + 2xc) - (3bx + 3bc)$$

$$= 2x(x+c) - 3b(x+c)$$

$$= (x+c)(2x-3b) \dots\dots\dots \text{Rpta.}$$

03.- Factorizar:

$$80x^{2n} - 5$$

Solución:

Factorizando el 5:

$$5(16x^{2n} - 1)$$

Por diferencia de cuadrados:

$$5 [(4x^n)^2 - 1]$$

$$\Rightarrow 5 \cdot (4x^n + 1)(4x^n - 1) \dots\dots\dots \text{Rpta.}$$

04.- Factorizar:

$$64x^3 - (3x-1)^3$$

Solución:

Dando la forma conveniente:

$$(4x)^3 - (3x-1)^3$$

Por identidad:

$$\Rightarrow [4x - (3x-1)] \cdot [(4x)^2 + 4x(3x-1) + (3x-1)^2]$$

$$\Rightarrow (x+1) \cdot (37x^2 - 10x + 1) \dots\dots\dots \text{Rpta.}$$

PROBLEMAS PARA LA CLASE

01.- Factorizar lo indicado, aplicando

factor común:

a) $7p + 7q$

b) $bx + by$

c) $12x + 4$

d) $15m + 5$

e) $x^2 + 3x^5$

f) $7x^5 - 2x^3$

g) $6x + 6y + 6$

h) $ax^2 + a^3y + a^4$

i) $-3x^2a - 6x^5a$



j) $-21xy^4 - 3xy^5$

k) $-5x^2y + 10x^7y$

l) $6xa^4 - 9xa^6$

02.- Factorizar lo indicado, aplicando factor común:

a) $8x^2 + 4x$

b) $24x^3 - 16x^2 + 8x$

c) $5x^{n+5} + 10x^{n+8} - 15x^{n+4}$

d) $a^{n-1}b^{n+5} - 2a^{n-8}b^n$

e) $2(a+b) + x(a+b)$

f) $x^2(a-b) + 7(a-b)$

g) $m^3(a+b) + 2m(a+b)$

h) $7a^5(x+y) - 3a^2(x+y)$

i) $3b(2x+3) + 2x + 3$

03.- Factorizar

a) $5x^2(a-b) + 3(b-a)$

b) $x(a+b-c) - y(c-a-b)$

c) $4x^7(a-b) - 8x^5(b-a)$

d) $(2x+3)(a+b) + (x-7)(a+b)$

e) $(x-1)(a-b) + (2x-5)(a-b)$

f) $(3x-5)(a-b) - (2x+7)(b-a)$

g) $xy + xz + y + z$

h) $ab + ac + b^2 + bc$

i) $ab + bx - ay - xy$

j) $2p^2 + 3ap + 4p + 6a$

k) $xy + 2ay - 2bx - 4ab$

l) $a^2x^2 + b^2x^2 + a^2y^2 + b^2y^2$

m) $xy - zy + xt - zt$

n) $a^2b + a^2c + d^2b + d^2c$

o) $x^5 + x^3 + x^2 + 1$

p) $a^5 + a^3 - 2a^2 - 2$

q) $ab + bc + xa + xc$

r) $mn + 1 + 2amn + 2a$

s) $x + y + 3xz + 3yz$

t) $x + 3xz + y + 3yz$

u) $x + 3yz + 3xz$

v) $2m^2n + 2m^2 + n + 1$

w) $n + 2m^2 + 1 + 2m^2n$

x) $2m^2n + n + 2m^2 + 1$

y) $3axy + 3axz + y + z$

04.- Factorizar por identidades

a) $4x^2 - y^2$

b) $25x^2 - 9y^2$

c) $36a^8 - b^2$

d) $100 - y^8$

e) $1 - 25z^6$

f) $36 - z^{10}$

g) $9 - (x^2 + 1)^2$

h) $a^2 - (b^2 + 1)^2$

**PROBLEMAS PARA LA CLASE**

01.- Hallar la suma de los factores primos:

$$2p^2 + 3ap + 4p + 6a$$

- a) $3p+3a$ b) $3p+3a-2$
 c) $3p+3a+2$ d) $3p+2a+2$
 e) $3+2p+2a$

02.- Hallar un factor primo en:

$$m(a+b) - a - b$$

- a) $m+1$ b) $m-1$ c) $a-b$
 d) a^2+b e) N. A.

03.- Hallar la suma de factores primos:

$$x^2 - 9$$

- a) $4x$ b) $3x$ c) $2x$
 d) $2x+1$ e) N. A.

04.- Hallar un factor primo:

$$3x(2b+3) - 2b - 3$$

- a) $2b-3$ b) $3x-1$ c) $b-3$
 d) $b+3$ e) N. A.

05.- Hallar el número de factores primos:

$$a^2x - a^2y - b^2x + b^2y$$

- a) 1 b) 2 c) 3
 d) 4 e) 5

06.- Factorizar:

$$144 - (a+b)^2$$

- a) $12-a+b$ b) $12-a-b$
 c) $(12-a)(12-b)$ d) $(12+a)(12-b)$

07.- Dar un factor primo:

$$(3x+1)(2a+3) + (2a+3)(4x+2)$$

- a) $x+1$ b) $6x+3$ c) $7x+3$
 d) $12x+2$ e) N. A.

08.- Dar un factor primo:

$$x^3 + x - x^2 - 1$$

- a) x^2+1 b) x^2-1 c) x^3-1
 d) x^3+1 e) N. A.

09.- Indica un factor primo:

$$a^3b^3 - 8$$

- a) $ab-4$ b) $ab+4$ c) $a^2b^2+2ab+4$
 d) $a^2b^2-2ab+4$ e) N. A.

10.- Hallar el número de factores primos:

$$a^2x^2 - b^2x^2 - a^2y^2 + b^2y^2$$

- a) 2 b) 3 c) 4 d) 5 e) 6

11.- ¿Cuántos factores de primer grado tiene el polinomio?

$$x^{2y} + xy^2 + x^2 + y^2 + 2xy + x + y$$

- a) 1 b) 2 c) 3
 d) 0 e) 4

12.- Hallar un factor primo:

$$(a+2b-c)^2 - (a+2b+c)^2$$

- a) $2c$ b) $2a-4b$ c) $2a+4b-2c$
 d) $2a+4b$ e) N. A.

13.- Factorizar e indicar un factor primo:

$$16x^4 - x^2$$

- a) $8x^2+x$ b) $8x-1$ c) $2x^4-x$
 d) $4x+1$ e) N. A.

14.- Indicar un factor primo:

$$x^{n+2} + x^3 + x^n + x + x^2 + 1$$

- a) x^2-1 b) x^n+x+1 c) x^3+1
 d) x^n-x-1 e) N. A.



15.- Factorizar:

$$E = 100m^2n^4 - 169y^6$$

Indicar uno de sus factores

- a) $10mn^2 + 13y^3$ b) $13y^3 - 10mn$
 c) $10m^2n^2 + 13y^2$ d) $10mn - 13$

16.- Factorizar:

$$E = 93a^3x^2y - 62a^2x^3y^2 - 124a^2x$$

indicar uno de sus factores

- a) a^2x b) xy c) $31xy$
 d) ax^3 e) y

17.- Factorizar:

$$55m^2n^3x + 110m^2n^3x^2 - 220m^2x^3$$

Indicar uno de sus factores

- a) mx^4 b) $n^3 + 2n^3x + 4x^2$ c) mx^2
 e) mn c) m^2x

18.- Factorizar:

$$E = 2x - 2 + yx - y$$

Indicar uno de sus factores

- a) $(2-y)$ b) $x-1$ c) $x+1$
 d) $2-x$ e) $1-x^2$

19.- Factorizar:

$$E = 1 - 9a^2b^4c^6d^8$$

Indicar su factor primo

- a) $1-9ab^2c^3d^4$ b) $1-3ab^2c^3d^4$
 c) $1-3abcd$ d) $1+9abcd$
 e) $a+3a^2b^2c^3d^4$

20.- Factorizar:

$$E = a^2 + 2a(a+b) + (a+b)^2$$

- a) $(2a+b)^2$ b) $(a+b)^2$ c) $(2a-b)^2$
 d) b^2 e) $(a-b)^2$

FACTORIZACION POR EL MÉTODO DEL ASPA Y DIVISORES BINOMICOS

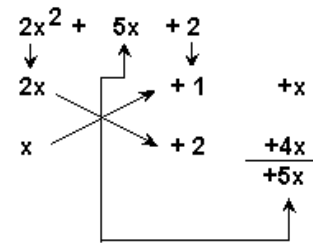
Utilizando los criterios:

- Aspa Simple
- Aspa Doble
- Divisores binomios

ASPA SIMPLE

Ejemplo 1:

factorizar: $2x^2 + 5x + 2$



Finalmente:

$$2x^2 + 5x + 2 = (2x+1)(x+2)$$

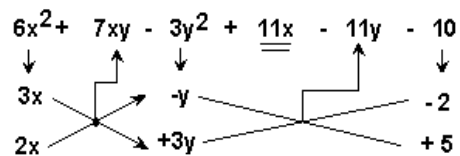
ASPA DOBLE

Ejemplo 2:

Factorizar:

$$6x^2 + 7xy - 3y^2 + 11x - 11y - 10$$

El método del Aspa Doble se aplica generalmente a polinomios de 6 términos con 2 o 3 variables. Para efectuar las dos primeras pruebas del aspa hay que acomodar los términos del polinomio de un modo conveniente.





Hasta aquí hemos aplicado dos veces la prueba del aspa empleando cinco de los 6 términos. Para verificar si la descomposiciones realizadas son las correctas efectuamos una tercera prueba del aspa con los EXTREMOS, es decir:

$$\begin{array}{r} 3x \quad -2 \\ 2x \quad +5 \\ \hline -4x \\ +15x \\ +11x \end{array}$$

Si la suma de los resultados de multiplicar en Aspa coincide con el término que “no se uso” (subrayado) en el polinomio dado, entonces tal polinomio está virtualmente factorizado.

Finalmente:

El resultado de la factorización será:

$$6x^2 + 7xy - 3y^2 + 11x - 11y - 10$$

$$= (3x - y - 2)(2x + 3y + 5)$$

FACTORIZAR POR DIVISORES BINOMIOS

Ejemplo 3:

$$P(x) = x^3 + 6x^2 + 11x + 6$$

Solución:

- Como el polinomio es de tercer grado, tendrá 3 FACTORES.
- Los divisores del término independiente son : ± 1 , ± 2 , ± 3 y ± 6 . Los probables valores que anulan al polinomio son: -1 , -2 , -3 y -6 Ya

que los términos del polinomio son todos positivos.

- Probemos dichos valores :

$$\text{Si } x = -1 \Rightarrow$$

$$P(-1) = (-1)^3 + 6(-1)^2 + 11(-1) + 6$$

$$P(-1) = 0$$

¡ Se anula !

Luego un factor es $(x+1)$

$$\text{Si } x = -2 \Rightarrow$$

$$P(-2) = (-2)^3 + 6(-2)^2 + 11(-2) + 6$$

$$P(-2) = 0$$

¡ Se anula !

Luego otro factor es $(x+2)$

$$\text{Si } x = -3 \Rightarrow P(-3) = (-3)^3 + 6(-3)^2 + 11(-3) + 6$$

$$P(-3) = 0$$

¡ Se anula !

Luego otro factor es $(x+3)$

- Ya encontramos los tres factores
- Entonces el polinomio será :
- $P(x) = (x+1)(x+2)(x+3)$

PROBLEMAS PARA LA CLASE

Resolver los problemas propuestos:

a) $x^2 + 7x + 12$

b) $x^2 - 9x + 8$

c) $x^2 - 14x - 32$

d) $x^2 + 4x - 21$

e) $21 + m^2 - 10m$

f) $y^2 - 27 - 6y$

g) $n^4 + n^2 - 6$

h) $p^6 - 6p^3 + 5$



- i) $z^{10} - z^5 - 20$
 j) $6x^2 - 7x + 2$
 l) $3a^2 + 5ab - 2b^2$
 m) $15x^4 + x^2y - 6$

II. Factorizar por aspa doble

- a) $x^2 + 2xy + y^2 + 3x + 3y + 2$
 b) $a^2 + ab - 2b^2 + 11bc - 2ac - 15c^2$
 c) $7bc + 2a^2 - 3ab - 3c^2 - 2b^2 - ac$
 d) $x^2 + 7xy - 4xz + 10y^2 - 11yz + 3z^2$
 e) $m^2 - 2n^2 + 6p^2 - mn + 5mp - np$
 f) $2x^2 + 4xy - 11x - 6y^2 + 7y + 5$
 g) $12x^2 - xy + 11x - 6y^2 + 13y - 5$
 h) $2m^2 - 5mn + 2n^2 - 3n - 2$
 i) $2x^2 + 3xy + xz - 2y^2 - 3yz - z^2$

PROBLEMAS

01.- Factorizar:

$$P(x) = x^7 + x^6 + x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$$

- a) $(x^4 + 1)(x + 1)(x^2 + 1)$
 b) $(x^2 + 1)(x^5 + 1)$
 c) $(x^4 + 1)(x^2 - 1)x$
 d) $(x + 1)(x^6 + 1)$
 e) $(x^4 + 1)(x^3 + 1)$

02.- Factorizar:

$$P(x,y) = x^2 + 6x + 9 - 4y^2$$

E indicar el número de factores primos

- a) 1 b) 2 c) 3
 d) 4 e) 5

03.- Factorizar: $72 + y^2 - 17y$

La suma de los términos independientes de los factores primos es:

- a) -17 b) 72 c) 15

- d) 9 e) -9

04.- Factorizar:

$$F(x,y) =$$

$$x^2 + 6xy + 9y^2 + 2x + 6y - 15$$

La suma de sus factores primos es:

- a) $2x+6y+3$ b) $2x+6y+2$ c) $2x+10y+2$
 d) $2x+5y-14$ e) $2x+10y-1$

05.- ¿Cuántos factores primos se obtienen al factorizar:

$$P(a; b) = 2a^3 - 5a^2b - 3ab^2 ?$$

- a) 1 b) 2 c) 3
 d) 4 e) NA

06.- Uno de los factores que se obtiene al factorizar:

$$(5x^4 - 1) - (x^2 + 3) \text{ es:}$$

- a) $x-2$ b) x^2+1 c) $x+1$
 d) x^3+2 e) $2x+1$

07.- ¿Cuántos factores primos se obtienen al factorizar:

$$x^3yz - x^2y^2z - 6y^3xz ?$$

- a) 1 b) 2 c) 3
 d) 4 e) 5

08.- Hallar la suma de los términos independientes de los factores primos de:

$$P(y) = 4y^2 + y^4 - 5$$

- a) 5 b) 6 c) 7
 d) 3 e) N.A.

09.- ¿Cuántos factores primos de segundo grado se obtienen al factorizar:

$$9m^6 + 26m^4 - 3m^2 ?$$

- a) 1 b) 2 c) 3
 d) 4 e) 0

10.- ¿Cuántos factores primos lineales se obtienen al factorizar:

$$P(x,y) = 4x^2y^2 + 12xy^3 + 9y^4 ?$$

- a) 1 b) 2 c) 0
 d) 4 e) N.A.



11.- ¿Cuántos factores primos de segundo grado se obtienen al factorizar $P(x)$?

$$P(x) = 25x^6 - 10x^4 + x^2$$

- a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 0

12.- Señalar un factor de:

$$F(x,y) = 10x^2 + 23xy + 12y^2 + 26x + 25y + 12$$

- a) $3x+4y+1$ b) $2x+y+3$
c) $2x+3y+4$ d) $2x+3y+1$
e) $2x-3y+4$

13.- Factorizar:

$$P(x,y) = 4x^2 + 14xy + 10y^2 + 18x + 27y + 18$$

Indicar la suma de factores primos.

- a) $4x+7y+9$ b) $5x+4y+8$
c) $5x+3y+7$ d) $4x+7y+6$
e) $4x+6y+7$

14.- Factorizar:

$$12x^2 + 7xy - 12y^2 + 2x + 11y - 2$$

Indicar la suma de los términos independientes de sus factores primos.

- a) 1 b) - 1 c) 3
d) -3 e) 5

15.- Factorizar:

$$12x^2 + 20xy + 8y^2 - 12x - 10y + 3$$

la suma de los coeficientes de sus factores primos es:

- a) 10 b) 5 c) 6
d) 7 e) NA

16.- Factorizar:

$$6x^2 - 7xy + 2y^2 + 12x - 7y + 6$$

la suma de los coeficientes de uno de sus factores primos es:

- a) 3 b) 5 c) 7
d) 9 e) 11

17.- ¿Cuántos factores primos lineales se obtienen al factorizar:

$$4x^4y + 4y - 17x^2y ?$$

- a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

18.- ¿Cuántos factores primos de tercer grado se obtienen al factorizar: $2a^6b^3 - 13a^3b^3 - 7b^3 ?$

- a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) NA

19.- Al factorizar, la suma de sus términos independientes de sus factores primos en:

$$x^4 + 12x^3 - x - 12 \quad \text{resulta:}$$

- a) 12 b) 6 c) -7
d) -4 e) NA

20.- Factorizar:

$$x^4 - 8x^2 - 9$$

indicar un factor

- a) $x-3$ b) $x+6$ c) $x+4$
d) $x-1$ e) NA

**FRACCIONES ALGEBRAICAS****Definición:**

Una expresión algebraica es racional, si tiene la forma de una fracción; llámese fracción algebraica al cociente indicado de dos expresiones algebraicas, donde el denominador debe tener al menos una letra o variable.

Ejemplo:

$$a) \frac{x+6}{x-2} ; x \neq 2$$

$$b) \frac{x^2+6x+9}{x+3} ; x \neq -3$$

Fracción Algebraica: es toda expresión de la forma:

$$\frac{P(x)}{Q(x)} \quad \begin{array}{l} \text{Numerador} \\ \text{Denominador; } Q(x) \neq 0 \end{array}$$

El denominador de una fracción debe ser distinto de cero.

SIMPLIFICACIÓN DE FRACCIONES ALGEBRAICAS

Simplificar una fracción, es transformarla en otra equivalente cuyo numerador y denominador no tengan más factores comunes que la unidad, ± 1 . La fracción que resulta es irreductible. Esta reducción se lleva a cabo descomponiendo en factores el numerador y el denominador, simplificando, seguidamente, los factores comunes siempre que sean distintos de cero.

Ejemplo:

$$\frac{x^2-x-12}{x^2-16} = \frac{(x-4)(x+3)}{(x+4)(x-4)} = \frac{x+3}{x+4}$$

NOTA:

$$\frac{-a}{b} = \frac{a}{-b} = -\frac{a}{b} ; \quad \frac{-a}{-b} = \frac{a}{b} ; \quad -\left(\frac{-a}{-b}\right) = -\frac{a}{b}$$

Muchas veces la simplificación consiste en un cambio de signo:

EJERCICIOS

Simplificar cada una de las siguientes fracciones algebraicas:

$$a) \frac{20x^3y^4}{15xy^6}$$

$$b) \frac{42ab^4c^7}{21a^3b^2c^9}$$

$$c) \frac{132x^4y^5z^8}{11xy^4z^{10}}$$

$$d) \frac{100a^4b^6c^8}{80a^5b^7c^5}$$

$$e) \frac{72m^3np^{20}}{48m^4n^3p^{16}}$$

$$f) \left(\frac{125x^6y^3z^2}{75x^5y^2z^2}\right)^2$$

$$g) \left(\frac{16^3b^2}{8a^2b^4}\right)^4$$

$$h) \left(\frac{18m^2n^4}{12m^3n^7}\right)^3$$

$$i) \frac{3ab^2}{3a+6ab}$$

$$j) \frac{x^3-8}{x^2-4}$$

$$k) \frac{-9a^2b^2}{-27a^3b^3}$$

$$l) \frac{-5x^2y}{15x^2y^2-10x^3y}$$

$$m) \frac{x^2y^2}{3x^3y^3-2x^4y^4}$$

$$n) \frac{x^2+5x+6}{x+2}$$

**AMPLIFICACIÓN DE FRACCIONES**

Toda fracción algebraica se puede amplificar, multiplicando el numerador y el denominador por un mismo factor. La fracción obtenida es equivalente a la fracción inicial.

Ejemplo:

Sea la fracción: $\frac{x-1}{x+3}$

Amplificando por 4 la fracción $\frac{x-1}{x+3}$,

resulta:

$$\frac{(x-1).4}{(x+3).4} = \frac{4x-4}{4x+12}$$

Ejemplo:

Sea la fracción: $\frac{3a-2b}{a+b}$

Amplificando por "3a" la fracción $\frac{3a-2b}{a+b}$, resulta:

$$\frac{(3a-2b).3a}{(a+b).3a} = \frac{9a^2-6ab}{3a^2+3ab}$$

Ejemplo: Si en la fracción: $\frac{a-b}{a+b}$,

deseamos convertir el numerador en un cuadrado perfecto debemos amplificar la fracción por (a-b); veamos:

$$\frac{(a-b)(a-b)}{(a+b)(a-b)} = \frac{(a-b)^2}{a^2-b^2}$$

OPERACIONES CON FRACCIONES**ADICIÓN Y SUSTRACCIÓN DE FRACCIONES ALGEBRAICAS HOMOGÉNEAS**

Para la adición y sustracción de fracciones algebraicas con igual denominador, se procede del mismo modo que en las fracciones aritméticas:

Se conserva el denominador y se suman o restan los numeradores.

EJERCICIOS

a) $\frac{3}{x} + \frac{6}{x} - \frac{2}{x}$

b) $\frac{6a}{3a-2} - \frac{4}{3a-2}$

c) $\frac{5a+6}{2a+5} - \frac{7a+8}{2a+5} + \frac{4a}{2a+5}$

d) $\frac{7x+8}{2x+15} + \frac{2x-3}{2x+15}$

e) $\frac{5a+6}{2a+5} - \frac{7a+8}{2a+5} + \frac{4a}{2a+5}$

f) $\frac{2x-5}{x^2-3x-4} + \frac{7}{x^2-3x-4}$

g) $\frac{x+3}{x-2} + 1 + \frac{9}{x-2}$

h) $\frac{12-n^2}{n^2+n-12} - \frac{-3n-n^2}{n^2+n-12}$

i) $\frac{15a^2}{9a^2-4} - \frac{6a+6a^2}{9a^2-4}$

j) $\frac{x^2}{x-2} - \frac{x+2}{x-2} + 1$

k) $\frac{m+4}{3m-2} - \frac{5m+3}{3m-2} - 1$

l) $\frac{7x+9y}{2x-3y} - \frac{5x-15y}{2x-3y} + \frac{5x-8y}{3y-2x}$

m) $\frac{3x^2-2}{2x^2-x-3} + \frac{6x-x^2}{2x^2-x-3} - \frac{x+10}{2x^2-x-3}$

ADICIÓN Y SUSTRACCIÓN DE FRACCIONES ALGEBRAICAS HETEROGÉNEAS

En la adición y sustracción de fracciones algebraicas con denominadores distintos es necesario obtener el mínimo común múltiplo de los denominadores.

**PROBLEMAS PARA LA CLASE**

a) $\frac{7}{8x} - \frac{5}{2x^2} + \frac{9}{4x^3}$

b) $\frac{y+6}{8y} - \frac{2y+5}{12y}$

c) $\frac{3}{x^2} + \frac{9}{2x} - \frac{5}{3x}$

d) $\frac{a-2}{2a} + \frac{3a-1}{5a}$

e) $x-2 - \frac{5}{x+1}$

f) $\frac{7}{2x-3} + x+1$

g) $\frac{3x}{x^2-x-2} + \frac{2}{x^2-1}$

h) $\frac{7a}{a^2+a-12} + \frac{a}{a+4}$

i) $\frac{-2}{x^2+5x-24} + \frac{x+1}{x^2+x-12}$

j) $\frac{a}{b} + \frac{a}{a-2b} - \frac{2ab}{a^2-2ab}$

k) $\frac{4}{x^2-1} + \frac{2}{x-1} + \frac{x}{x+1}$

l) $\frac{6m+1}{2m^2+5m-3} - \frac{3}{m+3}$

m) $\frac{2a}{b} + \frac{b}{a+b} - \frac{a^2}{ab+b^2}$

EJERCICIOS

1.- Halla el MCM de los denominadores de las siguientes fracciones y realiza las operaciones indicadas

a. $\frac{1}{a-5} + \frac{a}{a^2-4a-5} + \frac{a+5}{a^2+2a+1}$

b. $\frac{2a+3}{4a} - \frac{a-2}{8a}$

c. $\frac{y-2x}{20x} - \frac{x-3y}{224y}$

d. $\frac{x-1}{3} + \frac{2-x}{4} - \frac{x+3}{6}$

e. $\frac{x}{a^2-ax} + \frac{a+x}{ax} - \frac{a}{x^2-ax}$

f. $\frac{2x}{3x^2+11x+6} + \frac{x+1}{x^2-9} + \frac{1}{3x+2}$

g. $\frac{3}{5} - \frac{2a+1}{10a} - \frac{4a^2+1}{20a^2}$

h. $\frac{3}{5x} + \frac{1-x}{3x^2} - \frac{x^2+2x+3}{15x^3}$

i. $\frac{1}{2a} - \frac{2+b}{3ab} - \frac{5}{6a^2b^2}$

j. $\frac{a+5b}{a^2} - \frac{b-3}{ab}$

k. $\frac{2}{3mn^2} - \frac{11}{2m^2n}$

l. $\frac{a-3}{5ab} - \frac{4-3ab^2}{2a^2b^2}$

2.- Completa el cuadro y efectúa la operación.

a. De $\frac{1}{x-4}$ resta $\frac{1}{x-3}$

b. De $\frac{m-n}{m+n}$ resta $\frac{m+n}{m-n}$

c. De $\frac{1-x}{1+x}$ resta $\frac{1+x}{1-x}$

d. De $\frac{a+b}{a^2+ab}$ resta $\frac{b-a}{ab-b^2}$



MULTIPLICACIÓN DE FRACCIONES ALGEBRAICAS

En la multiplicación de fracciones algebraicas se procede igual que en las fracciones aritméticas: se multiplican numeradores y denominadores entre sí, simplificando.

EJERCICIOS

$$a) \left(\frac{x^2 - 1}{x} \right) \left(\frac{x^2 - 2x}{x + 1} \right)$$

$$b) \left(\frac{a + 4}{b - 2} \right) \left(\frac{b^2 - 4}{a^2 - 16} \right)$$

$$c) \left(\frac{m^2 - 2m + 1}{m^2 - 1} \right) \left(\frac{m + 1}{m - 1} \right)$$

$$d) \left(\frac{x^2 - 2ax + a^2}{x^2 - a^2} \right) \left(\frac{x + a}{2x - 2a} \right)$$

$$e) \frac{3(x + y)}{2(x - y)} \times \frac{(x^2 - y^2)}{6}$$

$$f) \frac{2a}{x - y} \times \frac{x^2 - y^2}{8ax}$$

$$g) \frac{15x - 30}{2x} \times \frac{3x}{5x - 10}$$

$$h) \frac{(a - 1)^2}{2y^2} \times \frac{4y(a + 1)}{a^2 - 1}$$

$$i) \frac{5a + 5}{2a^2 + 4a + 2} \times \frac{2a^2 - 2}{10(a^2 - 1)}$$

$$j) \frac{4a^2 + 4a}{x^2 - 2xy + y^2} \times \frac{x^2 - y^2}{8(a + 1)}$$

$$k) \frac{x^2 + 11x + 30}{x^2 - 7x + 10} \times \frac{x^2 - 25}{x^2 + 10x + 25}$$

$$l) \frac{2a^2 + 5a + 3}{3a^2 + 8a + 4} \times \frac{3a^2 - a - 2}{2a^2 + a - 3}$$

EJERCICIOS

$$a) \frac{x^2 + 3x + 2}{x + 3} \times \frac{x^2 + 6x + 9}{x^2 + 4x + 4} \times \frac{x + 2}{x^2 + 4x + 3}$$

$$b) \frac{a^2 - b^2}{16 - x^2} \times \frac{64 - x^3}{a^3 - b^3} \times \frac{a^2 + ab + b^2}{16 + 4x + x^2}$$

$$c) \frac{a^2 + ax + x^2}{ax^2 - x^3} \times \frac{a^2x^2 - x^4}{a^3 - x^3} \times \frac{3x^3}{9(a + x)}$$

$$d) \frac{(-x^3y^4)^2}{(-pq^2)^3} \times \frac{(-p^2q)^5}{(-x^2y^3)^3}$$

$$e) \frac{x^3 - y^3}{x^2 - y^2} \times \frac{6x + 6y}{2x^2 + 2xy + 2y^2}$$

$$f) \frac{a^2 - 10a + 16}{a^2 - 9a + 14} \times \frac{a^2 - 10a + 21}{a^2 + 2a - 15}$$

$$g) \left(\frac{a + b}{2a - 2b} - \frac{a - b}{2a + 2b} + \frac{2b^2}{a^2 - b^2} \right) \times \left(\frac{a - b}{2b} \right)$$

$$h) \left(\frac{1}{1 + x} + \frac{2x^2}{1 - x^2} \right) \times \left(\frac{1 - x}{x} \right) \times \left(\frac{x + x^2}{2x} \right)$$

$$i) \left(\frac{a + b}{2a - 2b} - \frac{a - b}{2a + 2b} + \frac{2b^2}{a^2 - b^2} \right) \times \left(\frac{a - b}{2b} \right)$$

DIVISIÓN DE FRACCIONES ALGEBRAICAS

Las divisiones de fracciones algebraicas se resuelven igual que las fracciones aritméticas; se multiplica la fracción dividiendo por el inverso multiplicativo de la fracción divisor.

EJERCICIO

1.- Calcule el cociente entre las siguientes fracciones algebraicas



$$a) \frac{x^5y^8z^7}{x^4y^6z^{10}} \div \frac{x^6y^8z^9}{x^3y^2z^5}$$

$$b) \frac{x^3}{9y^3} \div \frac{54a^3bxy^4}{24ab^3x^2y}$$

$$c) \frac{b^2y^3}{3ax^2} \div \frac{ab^3y^3}{a^2bx^2}$$

$$d) \frac{36-a^2}{a^2-7a+10} \div \frac{36+12a+a^2}{a^2-5a+6}$$

$$e) \frac{x^2-6x+5}{x^2-7x+10} \div \frac{x^2+8x+7}{x^2+5x-14}$$

$$f) \frac{a^2+10a+24}{a^2+3a-18} \div \frac{a^2-4a+3}{a^2-6a+9}$$

$$g) \frac{x^2+14x+48}{x^2+4x-21} \div \frac{x^2+4x-32}{x^2+3x-28}$$

$$h) \frac{x^3-x}{x+1} \div \frac{x-1}{x+1}$$

$$i) \frac{a^4-a}{a-1} \div \frac{a^3+a^2+a}{a}$$

$$c. \frac{5}{(y+4)^4} \div \frac{-7y}{(y+4)^3}$$

$$d. \frac{\frac{3}{(x+3)^2}}{\frac{(x+1)(x+3)}{x+2}} \div \frac{\frac{(x+2)^2}{(x+1)(x+2)}}{\frac{(x+3)}{5}}$$

$$e. \frac{3}{a-1} \div \frac{2}{1-a}$$

$$f. \frac{24}{y-4} \div \frac{-12}{4-y}$$

$$g. \frac{(x+3)^2}{(y-8)^5} \div \frac{(x+3)^2}{(y-8)^7}$$

$$h. \frac{\frac{(x+1)(y+2)}{2(x-3)}}{\frac{y+2}{2(x-3)^2}} \div \frac{\frac{2x+8}{x-3}}{\frac{x+4}{2}}$$

$$i) \frac{x^2-9}{x^2-3x} \div (x^2-x-12)$$

$$j) \frac{a^2+a-2}{a^2-2a+1} \div \frac{5a-10}{a^2-3a+2}$$

$$k) \frac{x^2-6x}{x^3+3x^2} \div \frac{x^2-y^2}{x^2+2xy+y^2}$$

2. Efectúa las siguientes divisiones rápidamente:

$$a. \left(\frac{2}{x+1}\right) \div \left(\frac{x}{x+1}\right)$$

$$b. \left(\frac{2}{x+3}\right) \div \left(\frac{3}{x+4}\right)$$

$$l) \frac{x^3-xy^2}{x+y} \div \frac{x^2-y^2}{x^2+2xy+y^2}$$

$$m) \frac{3a^2+a-2}{4a^2+7a+3} \div \frac{3a^2-8a+4}{4a^2-5a-6}$$

$$n) \left(\frac{2a^2b}{a+b} + \frac{2ab^2}{a-b}\right) \div \left(\frac{2ab}{a^2+2ab+b^2}\right)$$



$$o) \left(\frac{1}{1-x} - \frac{1}{1+x} \right) + \left(\frac{2x}{1-2x+x^2} \right)$$

$$p) \left(\frac{2a+2}{4} + \frac{a}{5} \right) + \left(\frac{a+3}{3} - \frac{a+2}{2} \right)$$

$$q) \left(\frac{x+1}{2} - \frac{x}{6} \right) + \left(\frac{x+1}{3} + \frac{x}{6} \right)$$

$$r) \left(\frac{x}{y^2} - \frac{y}{x^2} \right) + \left(\frac{1}{x^2} + \frac{1}{xy} + \frac{1}{y^2} \right)$$

$$s) \left(\frac{3x^2+8x+4}{2x+1} \div \frac{5x^2+11x+2}{(2x)^2-1} \right) + \left(\frac{3x+2}{2x-1} \right)$$

OPERACIONES COMBINADAS

EJERCICIOS

$$a. \frac{64a^2-81b^2}{x^2-81} \cdot \frac{(x-9)^2}{8a-9b} \div \frac{8a^2+9ab}{(x+9)^2}$$

$$b. \frac{a^2-8a+7}{a^2-11a+30} \cdot \frac{a^2-36}{a^2-1} \div \frac{a^2-a-42}{a^2-4a-5}$$

$$c. \frac{a^2+1}{3a-6} \div \left(\frac{a^3+a}{6a-12} \cdot \frac{4x+8}{x-3} \right)$$

$$d. \frac{(a+b)^2-c^2}{(a-b)^2-c^2} \cdot \frac{(a+c)^2-b^2}{a^2+ab-ac} \div \frac{a+b+c}{a^2}$$

$$e. \frac{a^2-5a}{b+b^2} \div \left(\frac{a^2+6a-55}{b^2-1} \cdot \frac{ax+3a}{ab^2+11b^2} \right)$$

$$f. \frac{m^3+6m^2n+9mn^2}{2m^2n+7mn^2+3n^3} \cdot \frac{4m^2-n^2}{8m^2-2mn-n^2} \div \frac{m^2-9n^2}{16m^2+8mn+n^2}$$

$$g. \frac{(a^2-ax)^2}{a^2+x^2} \cdot \frac{1}{a^3+a^2x} \div \left(\frac{a^2-ax}{a^2+2ax+x^2} \cdot \frac{a^2-x^2}{a^3+ax^2} \right)$$

$$h. \frac{(a^2-3a)^2}{9-a^2} \cdot \frac{27-a^3}{(a+3)^2-3a} \div \frac{a^4-9a^2}{(a^2+3a)^2}$$

$$i. \frac{x^3-2x^2-15x}{x^2-5x-6} \div \frac{x^3-9x}{x^2+2x+1}$$

$$j. \frac{x^3-1}{x^2+1} \div \frac{x^2-x+1}{x^4-1} \div \frac{x^2+x+1}{x^3+1}$$

$$k. \frac{2x}{x^2-y^2} \cdot \frac{x+y}{2y} \div \frac{1}{x-y}$$

$$l. \frac{x^2-1}{x^2+2x+1} \div \left(\frac{x-1}{3x+3} \cdot \frac{x+1}{6} \right)$$

$$m. \frac{2-x}{2x+x^2} \cdot \frac{x^2+4x+4}{x^2-4}$$

$$n. \frac{c+2}{5c-5} \div \left(\frac{c-2}{3c-3} \cdot \frac{1}{4-c^2} \right)$$

$$o. \left(\frac{x^3-y^3}{y^3} \cdot \frac{y}{x-y} \right) \div \frac{x^2+xy+y^2}{y^2}$$

**IMPORTANTE**

Observa el procedimiento para descomponer una fracción algebraica en fracciones parciales.

$$\frac{x+17}{x^2-x+6} = \frac{A}{x-3} + \frac{B}{x+2}$$

$$= \frac{Ax+2A+Bx-3B}{(x-3)(x+2)}$$

$$\frac{x+17}{x^2-x+6} = \frac{(A+B)x+(2A-3B)}{x^2-x+6}$$

$$\rightarrow \{A+B=1\}$$

$$\rightarrow \{2A-3B=17\}$$

Resolviendo:

$$A=4$$

$$B=-3$$

$$\rightarrow \frac{x+17}{x^2-x+6} = \frac{4}{x-3} + \frac{-3}{x+2}$$

$$a) \frac{x + \frac{x}{x-1}}{x - \frac{x}{x-1}}$$

$$b) \frac{1 - \frac{a-b}{a+b}}{\frac{a+b}{a-b} - 1}$$

$$c) 1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{x}}$$

$$d) 1 + \frac{x}{1+x + \frac{2x^2}{1-x}}$$

$$e) \frac{1}{1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{x}}}$$

DESCOMPÓN EN FRACCIONES PARCIALES.

$$a) \frac{-x+22}{x^2-x-8}$$

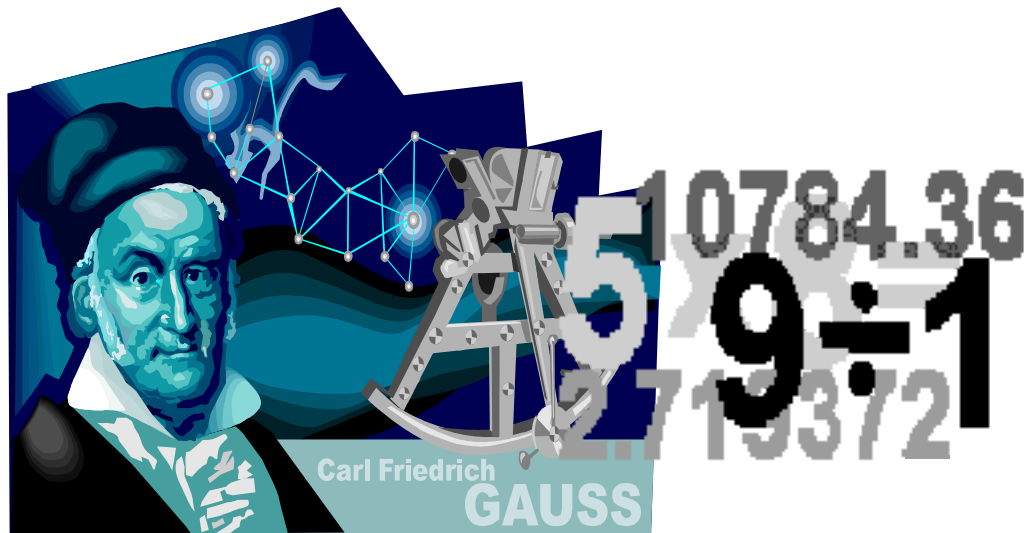
$$b) \frac{3x-13}{6x^2-x-12}$$

$$c) \frac{11x-11}{6x^2+7x-3}$$

$$d) \frac{-x-21}{x^2+2x-15}$$



CUARTO BIMESTRE



ALGEBRA



ECUACIONES DE PRIMER GRADO

DEFINICIÓN:

Es una igualdad entre dos expresiones matemáticas donde a las variables que aparecen en la igualdad se les denominan incógnitas y a los valores que verifican la igualdad se les llama soluciones de la ecuación las cuales forman el conjunto solución (C.S.)

NOTACIÓN GENERAL:

$$P(x; y; \dots) = Q(x; y; \dots)$$

Ejm:

Sea la ecuación: $x(x-1) = x + 3$

$$\text{Si } x = 3 \Rightarrow 3(3-1) = 3+3 \Rightarrow 6 = 6$$

$$\text{Si } x = -1 \Rightarrow (-1)(-1-1) = -1+3 \Rightarrow 2 = 2$$

Como 3 y -1 verifican la igualdad, son las soluciones de la ecuación. ∴

$$C.S = \{3; -1\}$$

OBSERVACIÓN: Si la ecuación tiene una sola variable, la solución también se nombra raíz.

OBSERVACIÓN: La ecuación: $x(x-1) = x+3$ es cuadrática de ahí sus dos soluciones.

CLASIFICACIÓN DE LAS ECUACIONES

De acuerdo a l tipo de solución se clasifica en:

1. ECUACIONES COMPATIBLES:

Cuan-do admiten solución, éstas se dividen en:

1.1 Ecuación compatible determinada

Cuando tiene un número limitado de soluciones.

Ejm.:

$$\text{Si: } (x-5)(x+2)(3x-1) = 0 \Rightarrow C.S = \{5; -2; 1/3\}$$

1.2 Ecuación Compatible Indeterminada

Cuando tiene un número ilimitado de soluciones. Ejm.:

Si: $(x+1)^3+2 = x^2+2x+3$, se verifica para cualquier valor de "x"

2. ECUACIONES

INCOMPATIBLES: Cuando no admiten solución. El conjunto de solución es vacío. Ejm.:

$$\text{Si: } \frac{6x+1}{3} = 2x + 1 \Rightarrow 6x + 1 = 6x + 3$$

$$1 = 3 \text{ absurdo}$$

$$\therefore C.S = \phi$$

ECUACIONES EQUIVALENTES

DEFINICIÓN: Se dice que dos o más ecuaciones son equivalentes si tienen el mismo conjunto solución.

Ejm.

$$\text{Si } x^2 - 6x + 9 = 0 \Rightarrow C.S = \{3\}$$

$$\text{Si } 5x + 2 = 3x + 8 \Rightarrow C.S = \{3\}$$

∴ Las ecuaciones son equivalentes

OBSERVACIÓN: Si las ecuaciones son equivalentes no necesariamente deben ser del mismo grado.

ECUACIÓN LINEAL

Es aquella ecuación polinomial que se reduce a la siguiente forma general:

$$ax + b = 0; \forall a \neq 0$$

$$\text{Cuya solución es: } x = -\frac{b}{a}$$

**PROBLEMAS**

01.- Resolver:

$$\frac{5x-16}{6} = -\frac{x+8}{12} + \frac{x+1}{3}$$

- a) 4 b) -1 c) 2/5
d) 3/7 e) 4/5

02.- Resolver:

$$2(2-3x) - 3(3-2x) = 4(x+1) + 3(4-5x)$$

- a) 21/11 b) 1/4 c) 1/5
d) 9/7 e) 19

03.- Resolver:

$$\frac{x}{2} - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{x}{3} = \frac{1}{7} - \frac{x}{7} + \frac{x}{11} - \frac{1}{11}$$

Determinar el valor de: $2\sqrt[3]{3+x}$

- a) 1 b) $\sqrt{2}$ c) $\sqrt[6]{6}$
d) $\sqrt[7]{7}$ e) 2

04.- Resolver:

$$1 - \frac{2}{3 - \frac{4}{5 - \frac{6}{x}}} = 0$$

- a) 2 b) 3 c) 4
d) 5 e) 6

05.- Resolver:

$$\frac{2}{5} \left[x - \frac{5}{3}(x+4) \right] = \frac{x-3}{3} - \frac{2}{3}(x+2)$$

- a) 2 b) -1 c) 5
d) 4 e) 7

06.- Resolver para "x"

$$\frac{x+m}{n} - \frac{x-n}{m} = 2$$

Dar como respuesta el opuesto de x

- a) m - n b) n - m c) m + n
d) m - 1 e) mn - 1

07.- Despejar "x" en:

$$ab(x+c) + bc(x-a) = ca(b-x)$$

- a) $\frac{3abc}{ab+bc+ca}$ b) $\frac{abc}{ab+bc+ca}$
c) $\frac{a+b+c}{abc}$ d) $\frac{ab+bc+ca}{abc}$
e) $\frac{a+b+c}{ab+bc+ca}$

08.- Resolver la ecuación:

$$\sqrt{\sqrt{21+\sqrt{12+\sqrt{14+\sqrt{x}}}}} = 5$$

- a) x = 4/3 b) x = 3 c) x = 4
d) x = 16 e) x = 9

09.- Resolver:

$$8x + 2(x+1) = 7(x-2) + 3(x+1) + 13$$

- a) 5 b) Infinitas soluc.
c) 8 d) 2000 e) -6

10. Resolver:

$$\frac{x}{1.2} + \frac{x}{2.3} + \frac{x}{3.4} + \dots + \frac{x}{99.100} = \frac{198}{25}$$

y dar como respuesta el valor de $\sqrt[3]{x}$

(Sugerencia: $\frac{1}{a(a+1)} = \frac{1}{a} - \frac{1}{a+1}$)

- a) -1 b) 1 c) 0
d) 2 e) 3



11.- Si una raíz de la ecuación:

$$2(x+a) = x + b + 6$$

Es -2 , calcule usted el valor de:

$$M = \frac{b+9}{a-1}$$

- a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

12.- En la ecuación lineal:

$$m(x-1) + 2x - 3 = 0$$

el valor de "m" para que la ecuación sea incompatible es:

- a) $m = -2$ b) $m = 3$ c) $m \neq -1$
d) $m \neq -2$ e) $m \neq -3$

13.- En la ecuación:

$$(a-2)x - b + 3 = 0$$

Que condición debe cumplir $a \wedge b$ si la ecuación es compatible indeterminada

- a) $a \neq 2 \wedge b = 3$ b) $a = 2 \wedge b = 3$
c) $a = 2 \wedge b \neq 3$ d) $a \neq 2 \wedge b \neq 3$
e) $a \in \mathbb{R} - \{2\} \wedge b = 3$

14.- Si a, b y c son constantes positivas, calcular el valor de "x" en:

$$\frac{x-a}{2b+3c} + \frac{x-2b}{3c+a} = 2$$

- a) $a + b + c$ b) $a + 2b + 3c$
c) $3a + 2b + c$ d) $a - 2b + 3c$
e) $a - b + c$

15.- Despeje "x" de:

$$\frac{2x+a}{b} - \frac{b-x}{a} = \frac{3ax+(a-b)^2}{ab}; a \neq b$$

- a) b b) a c) ab
d) 2a e) 2b

16.- Resolver:

$$4(x-3)(x+3) - (2x+1)^2 = 3$$

Dar como respuesta el valor de M; siendo:

$$M = \frac{x+12}{x+17}$$

- a) -1 b) 0 c) 1
d) 2/7 e) -10

17.- Determine el valor de "x" si:

$$\frac{x}{2} + \frac{x}{3} + \frac{x}{4} + \frac{x}{5} = x + 17$$

Indique su característica

- a) x es impar b) $x < 60$
c) $x + 61$ d) x es par
e) x es múltiplo de 18

18.- El valor de "x" que verifica la ecuación:

$$\frac{\frac{x}{2}-3}{\sqrt{7}+\sqrt{3}} + \sqrt{3} = \sqrt{7}$$

- a) 14 b) 13 c) 12
d) 10 e) 8

ECUACIONES DE 2DO GRADO

DEFINICIÓN:

Son aquellas ecuaciones polinomiales que tienen la siguiente forma canónica.

$$ax^2 + bx + c = 0; a \in \mathfrak{R}; b \in \mathfrak{R}; c \in \mathfrak{R}$$

Siendo:

- ax^2 el término cuadrático.
- ax el término lineal.
- c el término independiente.



MÉTODOS DE RESOLUCIÓN DE UNA ECUACIÓN DE SEGUNDO GRADO:

GRADO:

1. POR FACTORIZACIÓN.

Se factoriza el trinomio de segundo grado, para luego igualar cada factor a cero y determinar los valores que verifican la ecuación. Ejemplo:

$$\text{Resolver: } 3x^2 + 5x - 1 = 2x^2 - 7$$

Resolución: Dándole la forma canónica (transponiendo términos) tendremos:

$$x^2 + 5x + 6 = 0$$

factorizando el trinomio se tiene:

$$(x + 3)(x + 2) = 0$$

igualando a cero cada factor:

$$\begin{array}{l} x + 3 = 0 \quad \vee \quad x + 2 = 0 \\ \therefore x = -3 \quad \vee \quad x = -2 \end{array}$$

2. POR FORMULA.

Dada la ecuación cuadrática: $ax^2 + bx + c = 0$ en la que $a \neq 0$ se puede obtener los valores de la incógnita (x) mediante la siguiente formula.

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Donde: $b^2 - 4ac = \Delta$ (Discriminante)

Ejemplo:

$$\text{Resolver: } 2x^2 - 3x - 1 = 0$$

Resolución:

De la ecuación $a = 2$; $b = -3$; $c = -1$ reemplazando en la formula:

$$x = \frac{(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4(2)(-1)}}{2(2)}$$

Efectuando:

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{17}}{4}, \text{ por lo tanto}$$

$$x = \frac{3 + \sqrt{17}}{4} \quad \vee \quad x = \frac{3 - \sqrt{17}}{4}$$

NATURALEZA DE LAS RAÍCES DE LA ECUACIÓN CUADRÁTICA:

1. si: $\Delta > 0$, entonces las raíces serán reales y diferentes.
2. si: $\Delta = 0$, entonces las raíces serán reales e iguales.
3. si: $\Delta < 0$, entonces las raíces serán complejas y conjugadas.

PROPIEDADES DE LAS RAÍCES:

Siendo: x_1 y x_2 las raíces de la ecuación cuadrática:

$ax^2 + bx + c = 0$, entonces se cumple que:

1. Suma de raíces:

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

2. Producto de raíces

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

Ejemplo:

Dada la ecuación: $7x^2 + 5x + 3 = 0$, entonces:

$$x_1 + x_2 = -5/7 \quad ; \quad x_1 \cdot x_2 = 3/7$$

RECONSTRUCCIÓN DE LA ECUACIÓN CUADRÁTICA A PARTIR DE SUS RAÍCES.

Si: x_1 y x_2 son las raíces de una ecuación cuadrática y además:

$x_1 + x_2 = S$; $x_1 \cdot x_2 = P$; entonces la ecuación cuadrática de donde provienen dichas raíces es:

$$x^2 - Sx + P = 0$$



Ejemplo:

Determinar la ecuación cuadrática cuyas raíces son: 2 y -7

Resolución:

S = 5; P = -14. Luego la ecuación es:

$$x^2 - (-5)x + (-14) = 0$$

$$\therefore x^2 + 5x - 14 = 0$$

Ejemplo: Dada la ecuación:

$$(a+3)x^2 - 3(a-1)x + (6-a) = 0$$

Calcular el valor de "a" si la suma de las inversas de las raíces es 3.

- a) 1,0 b) 1,5 c) 2,0 d) 2,5
e) 3,0

PRÁCTICA DIRIGIDA

01.- Resolver las siguientes ecuaciones por el método de factorización:

- a) $x^2 - 7x + 10 = 0$
b) $x^2 + 7x - 6 = 0$
c) $2x^2 - 5x - 3 = 0$

02.- Resolver las siguientes ecuaciones por fórmula:

- a) $x^2 + 3x - 1 = 0$
b) $x^2 - 5x + 1 = 0$
c) $3x^2 - x - 1 = 0$

03.- Resolver:

$$\frac{(x+1)^2}{x^2 + 2x - 5} = 3$$

- a) $4 \wedge 2$ b) $-4 \wedge 2$ c) $-4 \vee 2$
d) $4 \vee 2$ e) $4 \vee -2$

04.- Resolver:

$$\frac{x^2 + x + 2}{x^2 - x + 2} = \frac{3x + 1}{3x - 1}$$

y dar como respuesta la mayor solución

- a) -1 b) 0 c) 1
d) 2 e) 3

05.- Calcular la suma de las raíces de:

$$3x^2 - 9x + 1 = 0$$

- a) -1/3 b) 1/3 c) -3
d) 3 e) 9

06.- En la ecuación:

$$(x - 3)^2 = (2x - 1)^2$$

el producto de sus raíces es:

- a) 2/3 b) -2/3 c) 8/3
d) -8/3 e) -1/4

TAREA DOMICILIARIA

01.- Resolver las siguientes ecuaciones por factorización.

- a) $x^2 - 15x + 50 = 0$
b) $5x^2 + 3x - 2 = 0$
c) $2x^2 + 3x + 3 = 0$

02.- Resolver las siguientes ecuaciones por fórmula

- a) $x^2 - 2x + 5 = 0$ b) $2x^2 - 3x - 1 = 0$
c) $x^2 - x - 3 = 0$

03.- Resolver:

$$\frac{3x - 1}{x + 1} = \frac{4x - 1}{x + 2}$$

y dar como respuesta la mayor solución.

- a) -1 b) 0 c) 1
d) 2 e) No hay

04.- El conjunto solución de la ecuación:

$$\frac{x}{a} + \frac{a}{x} = \frac{b}{x} + \frac{x}{b} ; a \neq b$$

- a) $\{ab ; -ab\}$
b) $\{\sqrt{ab} ; -\sqrt{ab}\}$
c) $\{a; b\}$
d) $\{\sqrt{a} ; -\sqrt{b}\}$
e) $\{-\sqrt{a} ; \sqrt{b}\}$



05.- ¿Qué valor tiene “k” si la ecuación:
 x^2+kx-5 tiene una raíz igual a -2?

- a) $-1/2$ b) $1/2$ c) $-3/2$
d) $3/2$ e) $1/4$

06.- ¿Cuál es el valor de “2m” si la ecuación: $mx^2 - x - 3 = 0$ tiene una raíz igual a 2?

- a) $1/4$ b) $3/4$ c) $5/4$
d) $1/2$ e) $-5/4$

07.- Si la ecuación en: $x^2 - (2a - b)x - 2m = 0$ tiene una raíz igual a 2a. Calcular el valor de “m”

- a) a b) b c) ab
d) -a e) -ab

08.- Hallar la ecuación de segundo grado cuyas raíces son 13 y -2

- a) $x^2 + 9x + 26 = 0$ d) $x^2 - 9x + 26 = 0$
b) $x^2 - 9x - 26 = 0$ e) $x^2 + 9x - 26 = 0$
c) $x^2 + 26x - 9 = 0$

09.- Determinar la ecuación de segundo grado y de coeficientes racionales, si una de sus raíces es $2 - \sqrt{3}$.

- d) $x^2 + 4x + 1 = 0$
e) $x^2 - 4x - 1 = 0$
f) $x^2 - 4x + 1 = 0$
g) $x^2 + 4x - 1 = 0$
h) $x^2 - x + 4 = 0$

10.- Calcular el valor de “n” si las raíces de la ecuación:

$6x^2 - 11x + n = 0$ son entre si como 9 es a 2.

- a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5