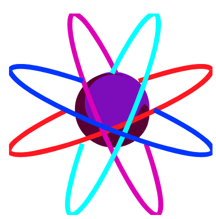
TRIGONOMETRÍA



IVº Secundaria

TERCER

BIMESTRE

RESOLUCION DE TRIANGULOS RECTANGULOS

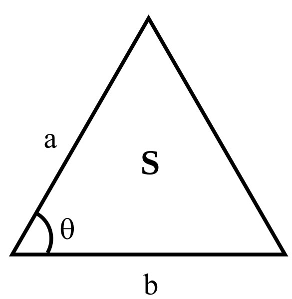
Si se conoce un ángulo agudo de un triángulo rectángulo y uno de sus lados se puede calcular con facilidad los otros dos lados para ello aplican las siguientes observaciones o casos:

Caso1: (Si el lado conocido es la hipotenusa)

Caso2: (Si se conoce el cateto opuesto al ángulo conocido)

Caso3: (Si se conoce el cateto adyacente al ángulo conocido)

<u>OBSERVACIÓN</u>



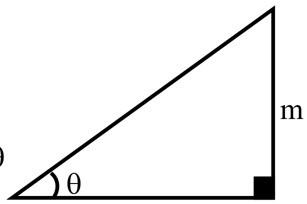
$$S = \frac{ab}{2} sen\,\theta$$

EJERCICIOS DE REFORZAMIENTO

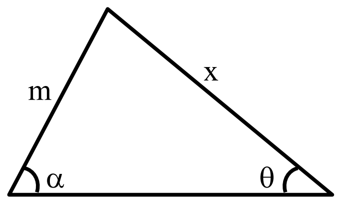
BLOQUE I

1. Determinar el área del triángulo mostrado.

a) 0,5 m tgθ
b) 0,5 m ctgθ
c) 0,5 m^2 tgθ
d) 0,5 m^2 ctgθ
e) 0,5 m^2

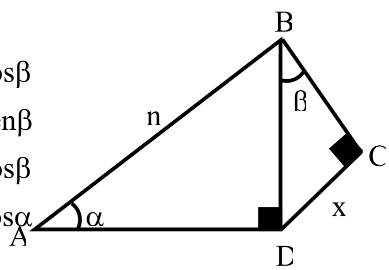


2. Del gráfico determine x.



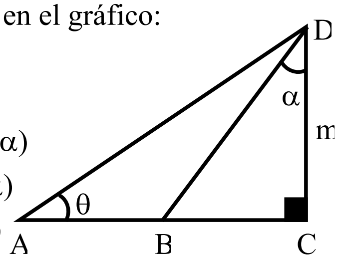
a) m senα secθ
b) m senα cscθ
c) m cosα secθ
d) m cosα cscθ
e) m senα tgθ

3. Del gráfico hallar “x” en función de n, α y β



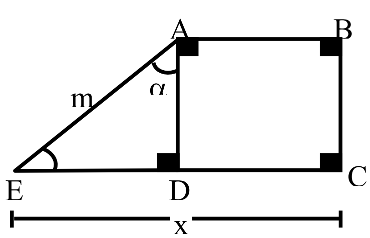
a) n senα cosβ
b) n senα senβ
c) n cosα cosβ
d) n senβ cosα
e) n tgα tgβ

4. Determine AB en el gráfico:



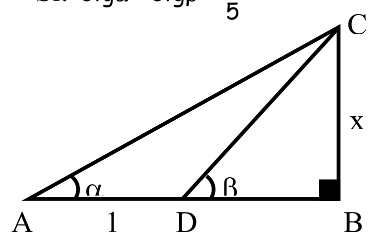
a) m(tgα - tgθ)
b) m(ctgθ - ctgα)
c) m(ctgθ - tgα)
d) m(tgθ - tgα)
e) m(ctgα - ctgθ)

5. Determine “x” en función de α y m (ABCD es un cuadrado)



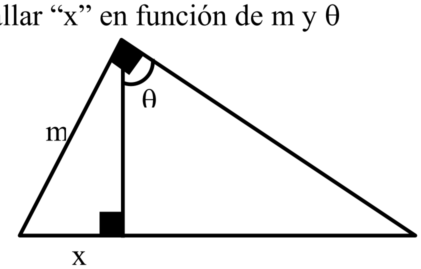
a) m senα cosα
b) m (2senα + cosα)
c) 2m (senα + cosα)
d) $\frac{m}{2}$ (senα +cosα)
e) m (senα + cosα)

6. Calcular “x”
Si: $ctg\alpha - ctg\beta = \frac{6}{5}$



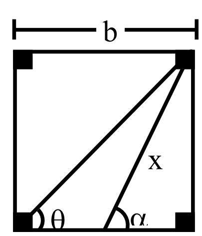
a) 11 b) 13 c) 14
d) 15 e) 18

7. Hallar “x” en función de m y θ



a) msenθ b) mcosθ
c) $\frac{m}{2}$ cosθ
d) 2m senθ e) m

8. Del gráfico hallar ”x” en términos de b, θ y α



a) btgθ secα
b) btgθ cscα
c) btgθ senα
d) btgθ tgα
e) bsecθ secα

9. Hallar tgx en función de m, n y θ

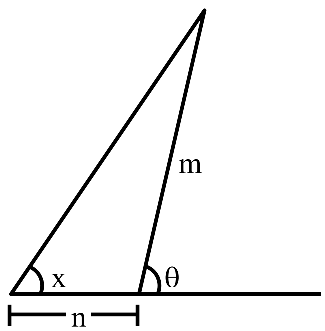
a) $\dfrac{m\,tg\theta}{n + m\,ctg\theta}$

b) $\dfrac{m\,sen\theta}{n + m\cos\theta}$

c) $\dfrac{m\cos\theta}{n + m\,sen\theta}$

d) $\dfrac{m\,sen\theta}{n + m\cos\theta}$

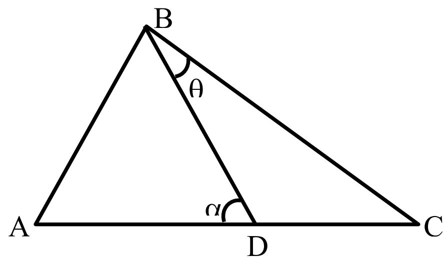
e) $\dfrac{m\csc\theta}{n + m\sec\theta}$



10. De la figura adjunta calcule: $\dfrac{tg\,\theta\,.\,\cos\,\alpha}{sen\,\alpha}$

Siendo: AD = CD = AB

a) 3
b) 6
c) 2
d) 1/6
e) 1/3



11. Del gráfico adjunto halle el área de la región triangular ADC en términos de θ.

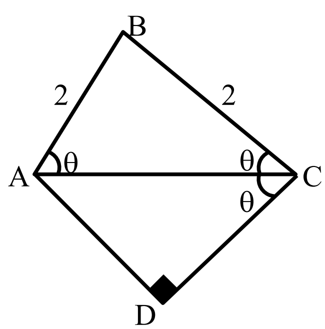
a) $8sen\theta\cos^2\theta$

b) $8sen^3\theta\cos\theta$

c) $8sen^2\theta\cos\theta$

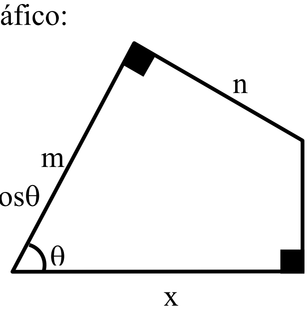
d) $8sen\theta\cos\theta$

e) $8sen\theta\cos^3\theta$



12. Hallar “x” en el gráfico:

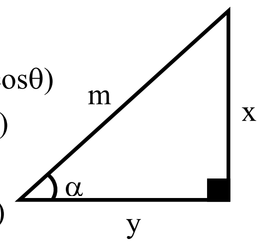
a) msenθ + ncosθ
b) mcosθ + nsenθ
c) (m + n) senθ . cosθ
d) mtgθ + nsecθ
e) msecθ + ntgθ



BLOQUE II

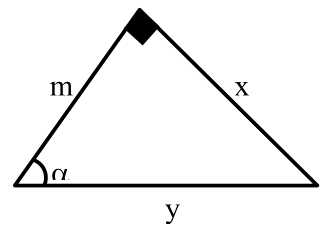
1. Determinar: x + y

a) m(1 + senθ + cosθ)
b) m(senθ + cosθ)
c) m(tgθ + ctgθ)
d) m(secθ + cscθ)
e) m(secθ + senθ)

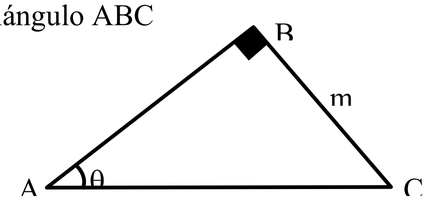


2. Determinar x + y del gráfico:

a) m(tgα + secα)
b) m(senα + cosα)
c) m(tgα + ctgα)
d) m(secα + senα)
e) m(ctgα + cscα)

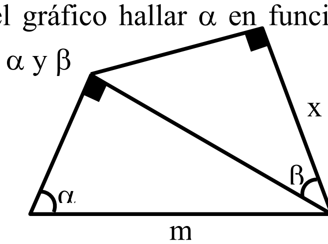


3. Determine el perímetro del triángulo ABC



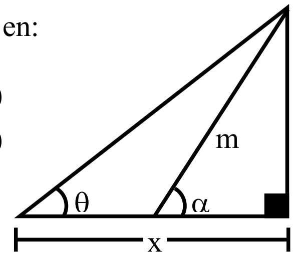
a) m(1 + senθ + cosθ)
b) m(1 + secθ + cscθ)
c) m(1 + secθ + tgθ)
d) m(1 + tgθ + ctgθ)
e) m(1 + cscθ + ctgθ)

4. Del gráfico hallar α en función de m, α y β



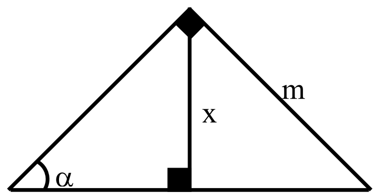
a) m senα senβ
b) m cosα cosβ
c) m senα cosβ
d) m senβ cosα
e) m tgα tgβ

5. Determine “x” en:



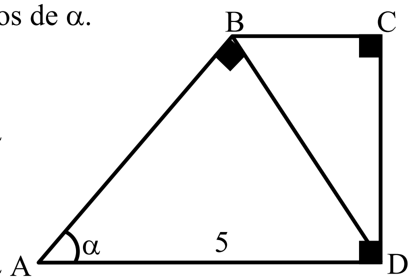
a) m senα cosθ
b) m senα secθ
c) m senα cotθ
d) m cosα ctgθ
e) m cosα tgθ

6. Determine “x” en el gráfico:



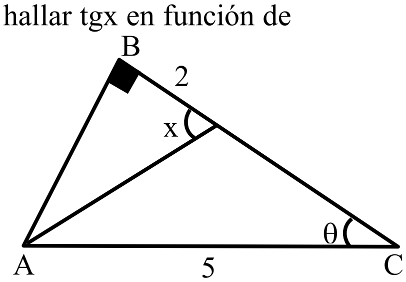
a) msenα
b) mcosα
c) mtgα
d) msecα
e) mcscα

7. Del gráfico mostrado determine BC en términos de α.



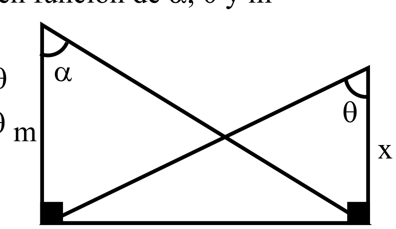
a) $\sec^2\alpha$
b) $5\sec^2\alpha$
c) $\text{sen}^2\alpha$
d) $\text{tg}^2\alpha$
e) $5\,\text{sen}^2\alpha$

8. Del gráfico hallar tgx en función de θ.



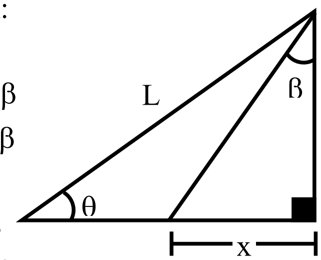
a) 1,5 senθ
b) 2 senθ
c) 3 senθ
d) 2,5 senθ
e) 0,5 senθ

9. Determine x en función de α, θ y m



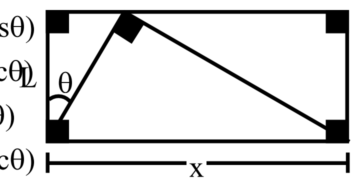
a) m tgα senθ
b) m tgα ctgθ
c) m tgα tgθ
d) m ctgα tgθ
e) m ctgα ctgθ

10. Hallar “x” en:



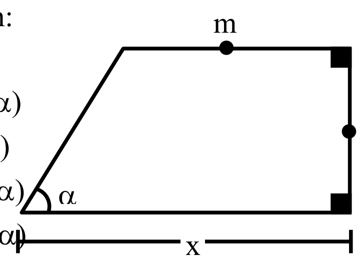
a) L senθ cosβ
b) L senθ ctgβ
c) L senθ tgβ
d) L cosθ tgβ
e) L cosθ ctgβ

11. Hallar “x” en:



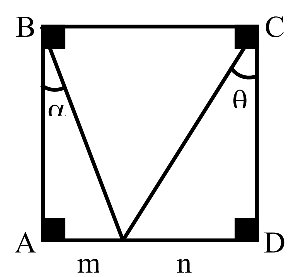
a) L(senθ + cosθ)
b) L(secθ + cscθ)
c) L(tgθ + ctgθ)
d) L(senθ + cscθ)
e) L(senθ + cosθ)

12. Hallar “x” en:



a) m(1 + ctgα)
b) m(1 + tgα)
c) m(1 + senα)
d) m(1 + cosα)
e) m(1 + secα)

13. Del gráfico tgα + tgθ
Si: ABCD es un cuadrado

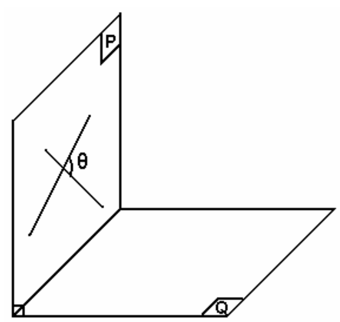


a) $\frac{n}{m+n}$
b) $\frac{m}{m+n}$
c) $\frac{m+n}{m}$
d) $\frac{m+n}{n}$
e) 1

ANGULOS VERTICALES

DEFINICIÓN

Los ángulos verticales son aquellos que están ubicados en un plano vertical. En el gráfico adjunto, el plano “P” es vertical; luego “θ” es un ángulo vertical pero no vamos a analizar a todos los formados de esta manera; sino a aquellos que de forma práctica se determina por el hecho de realizar una observación.



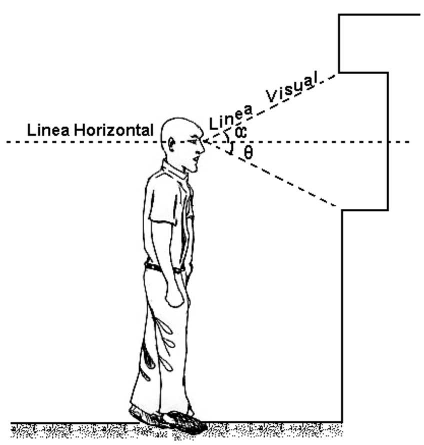
Esto es, los ángulos verticales son formados por una línea visual y una línea horizontal.

Línea Visual

Es la línea recta que une el ojo de un observador con un objeto que se observa.

Línea Horizontal

Es la línea recta paralela a la superficie horizontal referencial, que pasa por el ojo del observador



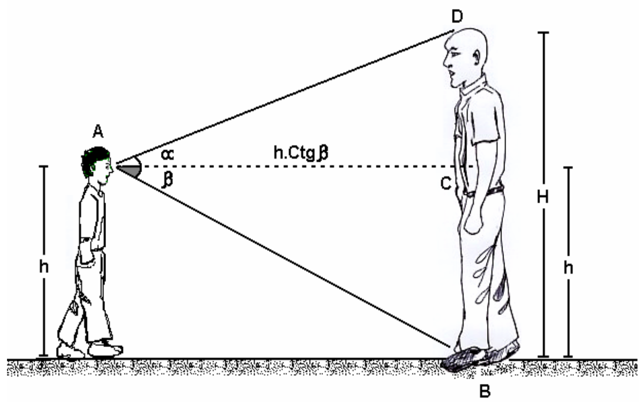
α y θ : ángulos verticales por su ubicación, se clasifican en :
α : ángulo de elevación
θ : ángulo de depresión

Ejemplo :

Un niño observa la cabeza de su padre con un ángulo de elevación "α" y los pies con un ángulo de depresión "β". Calcular la estatura del niño, si el padre tiene una estatura de "H" metros.

Solución:

Graficando:



En el ΔACB: $\text{Ctg}\beta = \dfrac{\overline{AC}}{\overline{BC}} = \dfrac{\overline{AC}}{h} \Rightarrow \overline{AC} = h.\text{Ctg}\beta$

En el ΔACD: $\text{Tg}\alpha = \dfrac{\overline{CD}}{\overline{AC}} = \dfrac{\overline{CD}}{h.\text{Ctg}\beta} \Rightarrow \overline{CD} = h.\text{Tg}\alpha.\text{Ctg}\beta$

Del gráfico: $\overline{BC} + \overline{CD} = \overline{BD}$

$h + h.\text{Tg}\alpha.\text{Ctg}\beta = H$

$h(1+\text{Tg}\alpha.\text{Ctg}\beta) = H$

$h = \dfrac{H}{1+\text{Tg}\alpha.\text{Ctg}\beta}$

$\Rightarrow \quad h = \dfrac{H.\text{Tg}\beta}{\text{Tg}\alpha + \text{Tg}\beta}$

EJERCICIOS

01.- A 30m de la base de un edificio de un edificio se observa la parte más alta de éste con un ángulo de elevación de 53º. Calcular la altura del edificio.

a) 20m b) 30 c) 18
d) 40 e) 50

02.- Una escalera de 4m de longitud esta apoyada sobre una pared formando con esta un ángulo de 37º. Calcular la distancia entre los pies de las escaleras y la pared.

a) 2m b) 2,5 c) 1,8
d) 2,4 e) 3

03.- Desde lo alto de un edificio de 100m de altura se observa un auto estacionado bajo un ángulo de depresión de 30º. Calcular la distancia desde el auto hasta el pie del edificio en el punto que está bajo el observador.

a) 100m b) $100\sqrt{3}$ c) $50\sqrt{3}$
d) 150 e) 80

04.- Un observador se encuentra a 24m de la base de un edificio de 18m de altura. ¿Cuál es el ángulo de elevación respectivo?

a) 45º b) 37º c) 53º
d) 60º e) 72º

05.- A 240m de la base de un edificio se observa la parte más alta de éste con un ángulo de elevación de 37º. Calcular la altura del edificio.

a) 180m b) 160 c) 150
d) 130 e) 100

PROBLEMAS

BLOQUE I

01.- Un persona de 2m de estatura observa lo alto de un poste con un ángulo de elevación de 37°, si el poste mide 14m, ¿a qué distancia del poste se encuentra la persona?

a) 12m b) 16 c) 18
d) 24 e) 36

02.- Desde un punto en el piso se observa la parte mas alta de un árbol con un ángulo de elevación de 30º, si el punto dista del arbol $7\sqrt{3}$. Hallar la altura del árbol.

a) 5m b) 6 c) 8
d) 7 e) 9

03.- Si los rayos solares forman 60° con la horizontal ¿Cuánto mide la sombra que proyecta un hombre fue mide 1,73m. (tomar $\sqrt{3} = 1,73$)

a) 2m b) 1 c) 8
d) 3 e) 1,5

04.- Una escalera de 6m de longitud esta apoyada sobre una pared formando un ángulo de 30º. Hallar la distancia entre el pie de la escalera y la pared.

a) 2m b) 3 c) 8
d) 4 e) 5

05.- Desde lo alto de un edificio un niño observa una hermosa niña con un ángulo de depresión de 37º. Hallar la distancia de la niña al edificio, si este tiene una altura de 15m.

a) 25m b) 20 c) 18
d) 16 e) 15

06.- Un niño que se encuentra a 30 m de un edificio, observando la parte mas alta con un ángulo de elevación 60º. Hallar la altura del edificio. (tomar $\sqrt{3} = 1,7$)

a) 15m b) 16 c) 18
d) 17 e) 20

07.- Si los rayos solares forman 53º con la horizontal. ¿Cuánto mide la sombra que proyecta un hombre que mide 1,60m.

a) 1m b) 1,2 c) 1,8
d) 1,5 e) 1,4

08.- Desde un punto en tierra ubicada a 12m de un edificio se ve su parte más alta con un ángulo de elevación “α”.
Si : Tgα = 3/2, ¿ cuánto mide el edificio?

a) 24m b) 18 c) 36
d) 26 e) 15

09.- Una escalera de 8 m de longitud está apoyada sobre una pared formando un ángulo de 53°. HaIlar la distancia entre el pie de la escalera y la pared

a) 4,5m b) 5 c) 5,4
d) 6,4 e) NA

10.- Un farolero situado a 12 m sobre el nivel del mar observa un barco que se aleja con un ángulo de depresión “α”; 0,4 segundos más tarde se observa al barco en la misma dirección, ahora con un ángulo de depresión "β". Hallar la velocidad del barco en km/h, siendo: Cotgα = 2 y Cotgβ = 3.

a) 96km/h b) 98 c) 106
d) 108 e) 110

BLOQUE II

01.- Desde lo alto de un edificio se divisa un objeto en tierra con un ángulo de depresión "β" (Tgβ = 2,5), a una distancia de 40m de su base. ¿Cuál es la altura del edificio?

a) 100 m b) 125 c) 75
d) 80 e) 120

02.- Desde un punto en tierra ubicado a una distancia de 20 m de una torre, se divisa su parte más alta con un ángulo de elevación "α" (Tgα = 1,5). Calcular la altura de la torre.

a) 15 m b) 30 c) 60
d) 40 e) 45

03.- Desde lo alto de una torre de 24 m de altura se observa un objeto en el suelo con un ángulo de depresión de 53°. ¿A qué distancia de la base de la torre se encuentra el objeto?

a) 12 m b) 14 c) 16
d) 18 e) 21

04.- Desde la parte alta de un muro de 8 m de altura, se observa la parte alta y baja de un edificio con ángulos de elevación y depresión de 37° y 45° respectivamente. Calcular la altura del edificio.

a) 10 m b) 12 c) 14
d) 16 e) 18

05.- Un niño observa la parte mas alta de un árbol con un ángulo de elevación “α”, si el niño camina dos tercios de la distancia que los separa inicialmente, el ángulo de elevación es el doble. Calcular “α”.

a) 30º b) 45º b) 60º
d) 53º e) 16º

06.- Desde un punto en el piso se observa la parte mas alta de un edificio con un ángulo de elevación “θ” si desde la mitad de la distancia el ángulo de elevación es el complemento de “θ”. Calcular Ctgθ.

a) 2 b) $\sqrt{2}$ c) 2 $\sqrt{2}$
d) $\sqrt{2}/2$ e) NA

07.- Una persona observa la parte más alta de un edificio con un ángulo de elevación de 45°, acercándose 48 m el nuevo ángulo de elevación es 53°. Hallar la altura del edificio.

a) 150m b) 160 c) 170
d) 192 e) 154

08.- Una persona situada en la parte superior de una torre de $15\sqrt{3}$ m de altura, observa a dos personas con ángulos de depresión de 30° y 60° respectivamente. Hallar la distancia que separa a las personas.

a) 25m b) 28 c) 15
d) 30 e) 35

09.- Un niño de 1,30 m de estatura está situado a 5,40 m de la base de un poste y observa la parte más alta de dicho poste con un ángulo de elevación de 53°. Hallar la altura del poste.

a) 8m b) 8,5 c) 9
d) 9,5 e) 10

10.- Desde un punto en tierra se divisa lo alto de una torre de 16m de altura, con un ángulo de elevación de 53°. ¿A qué distancia de la torre se encuentra el punto de observación?

a) 16m b) 24 c) 12
d) 8 e) 9

11.- Desde un punto ubicado a 20m de una torre, en el suelo, se divisa su parte más alta con un ángulo de elevación de 37°, ¿cuánto mide la torre?

a) 15m b) 25 c) 24
d) 36 e) 27

12.- Desde un punto en tierra ubicado a 40m de una torre, se ubica su parte más alta con un ángulo de elevación de 37°. ¿Cuánto mide la torre?

a) 30m b) 60 c) 90
d) 27 e) 36

13.- Un niño que se encuentra a 24m de un edificio observando la parte más alta con un ángulo de elevación de 37º. Hallar la altura del edificio.

a) 20 b) 18 c) 90
d) 27 e) 36

14.- Desde lo alto de un muro de 4m de altura, se divisa lo alto de un edificio de 31m de altura con un ángulo de elevación de 45°. ¿A qué distancia del edificio se halla el muro?

a) 26m b) 27 c) 28
d) 31 e) 35

15.-Desde un punto en Tierra ubicado a 40 m de una Torre, se ubica su parte más alta con un ángulo de elevación de 37º. ¿Cuánto mide la Torre?

a) 130 m b) 60 c) 40
d) 27 e) 36

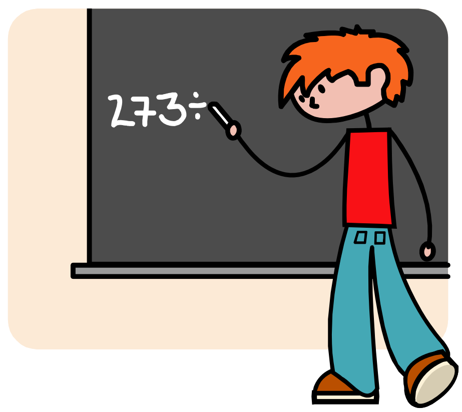
16.-Una persona de 2 m de estatura observa lo alto de un poste con un ángulo de elevación de 37º, si el poste mide 14 m, ¿a qué distancia del poste se encuentra la persona?

a) 12 m b) 16 c) 18
d) 24 e) 36

17.-Desde un punto de Tierra ubicado a 4 m de un poste, se divisa su parte más alta con un ángulo de elevación de 37º. ¿Cuál es la altura del poste?

a) 8/3 m b) 4 c) 3
d) 6 e) 9

CUARTO



BIMESTRE

REDUCCION AL PRIMER CUADRANTE

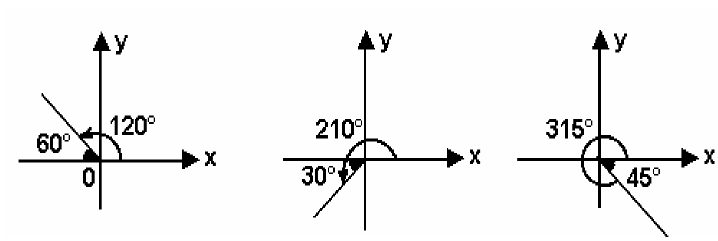
Reducir al primer cuadrante es escribir el valor de una R.T. de cualquier ángulo mayor de 90° en función de una R.T. de un ángulo correspondiente al primer cuadrante.

Se presentan 3 CASOS

PRIMER CASO

PARA ANGULOS MENORES DE UNA VUELTA (+)

Para esto usaremos un criterio muy sencillo al que llamamos: EL ÁNGULO REFERENCIAL.
¿En que consiste?..... veamos tres ángulos en posición normal.



En el caso (a), $\theta \in$ II C y el ángulo referencial es $180° - \theta$

En el caso (b), $\theta \in$ III C y el ángulo referencial es $\theta - 180°$

En el caso (c), $\theta \in$ IV C y el ángulo referencial es $360° - \theta$

Ejemplo:

⇨ Sen150° = Sen(180°–30°) = Sen30°

⇨ Cos250° = Cos(250°–180°) = – Cos70° ojo : 250° $\in$ III C

SEGUNDO CASO

PARA ANGULOS MAYORES DE UNA VUELTA (+)

Si a un ángulo positivo “θ” mayor que una vuelta lo dividimos entre 360° nos da como cociente “n” y residuo “α” es decir:

$$\theta = n(360°) + \alpha$$

Las razones trigonométricas de “θ” y las razones trigonométricas de “α” son iguales, por tanto:

$$R.T.\ [\ n(360°) + \alpha\ ] = R.T.\ (\alpha)$$

Ejemplos:

1) Calcular Sen750°

$\Rightarrow$ $\begin{array}{l|l} 750° & 360° \\ \hline 30° & 2 \end{array}$ $\Rightarrow$ Sen750° = Sen30° = 1/2

2) Reducir al I Q : Cos4910°

$\Rightarrow$ Cos4910° = Cos230°
$\Rightarrow$ Cos4910° = Cos(180°+50°)
$\Rightarrow$ Cos4910° = - Cos50°

3) $Ctg(499\pi+x) = Ctg(498\pi+\pi+x) = Ctg(\pi+x) = Ctgx$

4) $Sen43\frac{\pi}{7}$: Dividimos sin el π: $\begin{array}{l|l} 43 & 7 \\ \hline 1 & 6 \end{array}$

$$Sen43\frac{\pi}{7} = Sen(6+\frac{1}{7})\pi = Sen(6\pi+\frac{\pi}{7}) = Sen\frac{\pi}{7}$$

TERCER CASO

PARA ANGULOS NEGATIVOS (-)

Sen(–α) = –Senα

Cos(–α) = Cosα

Tg(–α) = –Tgα

Ctg(–α) = –Ctgα

Sec(–α) = Secα

Csc(–α) = –Cscα

Ejemplo: Cos(–110°) = Cos110° = Cos(180°–110°) = Cos70°

Tg(–920°) = –Tg(2x360°+200°)
= –Tg200° = –Tg(180°+20°) = –Tg

PROBLEMAS

BLOQUE I

(En el cuaderno)

01.- Reducir al I C: Cos2850°

a) $\sqrt{3}$ b) - $\sqrt{3}$ c) $\sqrt{3}/2$

d) 1/2 e) –1

02.- Reducir al I C: Tg3000°

a) $\sqrt{3}$ b) - $\sqrt{3}$ c) $\sqrt{3}/2$

d) 1/2 e) 1

03.- Reducir al I C: Tg225°

a) 1 b) –1 c) 0

d) 1/2 e) -1/2

04.- Reducir al I C: Sec1500°

a) 1 b) 2 c) 1/2

d) –1 e) –1/2

05.- Reducir al I C: Sec $\frac{79\pi}{3}$

a) 1 b) 2 c) 1/2
d) –1 e) –1/2

06.- Reducir al I C: Sec1845°

a) $\sqrt{2}/2$ b) $1/\sqrt{2}$ c) $\sqrt{2}$

d) 2 e) 1

07.- Reducir al I C: Sen2100°

a) $\sqrt{3}$ b) - $\sqrt{3}$ c) - $\sqrt{3}/2$

d) 1/2 e) –1

08.- Reducir al I C:

Sen(-1770°)

a) 1 b) –1 c) 1/2
d) $1/\sqrt{3}$ e) 0

09.-Hallar

$$Sec\frac{Sen2210° + Tg(-675°) - Cos1840°}{Sen(-700°) + Tg1500° - Cos1150°}$$

a) 1 b) 2 c) –2

d) 0 e) 1/2

10.- Hallar Ctg(–2917°)

a) 3/4 b) 4/3 c) –4/3

d) 1/2 e) 2

11.- Hallar Sen(–1770°)

a) 1 b) 1/2 c) –1/2

d) 1/3 e) 0

12.- Hallar el valor de:

$$E = \frac{Sen150° + Cos300°}{Tg120° + Ctg240°}$$

a) $-\sqrt{3}$ b) $-\sqrt{3}/2$ c) $-2\sqrt{3}/3$

d) 2 e) 1

13.- Calcular el valor de:

R = Sen1860° . Sec22400°

a) –2 b) $-\sqrt{3}$ c) $\sqrt{3}$
d) 1 e) 0

14.- Hallar el valor de:

$$E = \frac{Sen750° + Cos1500° + Tg945°}{Sen1420° + Cos1510° + Sec1140°}$$

a) –2 b) –1 c) 0

d) 1 e) 2

15.- Simplificar:

$$E = \frac{Sen2210° + Tg(-675°) - Cos1840°}{Sen(-700°) + Tg1500° - Cos1150°}$$

a) –2 b) $-\sqrt{3}$ c) $\sqrt{3}/3$
d) 1 e) – 1

16.- Calcular: E = Cos60°.Cos600° . Cos6000°

a) –1/8 b) $-\sqrt{3}/8$ c) 1/8

d) $\sqrt{3}/8$ e) $\sqrt{3}/4$

17.- Resolver :

(1) Sen120°

(2) Cos700°

(3) Sec $\frac{5\pi}{2}$

(4) Sen(365°)

(5) Tg(840°)

(6) Sen315°

(7) Tg2160°

(8) Csc2600°

(9) Sec $\frac{9\pi}{4}$

(10) Sen(-700°)

(11) Ctg333°

(12) –Ctg300π

(13) $-Cos(-\frac{7\pi}{2})$

(14) –Csc3520°

(15) –Tg21000°

IDENTIDADES TRIGONOMETRICAS

Definición y clasificación

Son las diferentes relaciones que se establecen entre las razones trigonométricas de una cierta variable (número o ángulo); y que se verifican para todo valor admisible de dicha variable.

Se entiende que un valor es admisible cuando la razón trigonométrica de dicho valor, está perfectamente definido.
Estas identidades trigonometrícas se clasifican de la siguiente manera:

I. Identidades Trigonométricas Pitagóricas:

1. $Sen^2x + Cos^2x = 1$
   $Sen^2x = 1 - Cos^2x$
   $Cos^2x = 1 - Sen^2x$

2. $Tg^2x + 1 = Sec^2x$
   $Tg^2x = Sec^2x - 1$
   $Sec^2x - Tg^2x = 1$

3. $Ctg^2x + 1 = Csc^2x$
   $Ctg^2x = Csc^2x - 1$
   $Csc^2x - Ctg^2x = 1$

II. Identidades Trigonométricas por División:

1. $Tgx = \frac{Senx}{Cos\,x}$

2. $Ctgx = \frac{Cos\,x}{Senx}$

III. Identidades Trigonométricas Recíprocas

1. $Senx.Csc\,x = 1 \Rightarrow Csc\,x = \frac{1}{Senx}$

2. $Cos\,x.Sec\,x = 1 \Rightarrow Sec\,x = \frac{1}{Cos\,x}$

3. $\boxed{Tgx.Ctgx = 1 \Rightarrow Ctgx = \frac{1}{Tgx}}$

Resumiendo, tenemos:

$$\boxed{\begin{array}{l} Sen^2x + Cos^2x = 1 \\ \\ Tg^2x + 1 = Sec^2x \\ \\ Ctg^2x + 1 = Csc^2x \end{array}}$$

$$\boxed{\begin{array}{l} Sen^2x + Cos^2x = 1 \\ \\ Tg^2x + 1 = Sec^2x \\ \\ Ctg^2x + 1 = Csc^2x \end{array}}$$

$$\boxed{\begin{array}{l} Senx.Csc\,x = 1 \\ \\ Cos\,x.Sec\,x = 1 \\ \\ Tgx.Ctgx = 1 \end{array}}$$

Siendo las consecuencias mas utilizadas en la resolución de problemas:

1. $Sen^2x = 1 - Cos^2x$
   $Cos^2x = 1 - Sen^2x$

2. $Sec^2x - Tg^2x = 1$

3. $Csc^2x - Ctg^2x = 1$

4. $Csc\,x = \frac{1}{Senx}$

5. $Sec\,x = \frac{1}{Cos\,x}$

6. $Ctgx = \frac{1}{Tgx}$

Consideraciones:

1. Como:

$$Tg\alpha = \frac{Sen\alpha}{Cos\alpha} \Rightarrow Tg^n\alpha = \frac{Sen^n\alpha}{Cos^n\alpha}$$

$$Ctg\alpha = \frac{Cos\alpha}{Sen\alpha} \Rightarrow Ctg^n\alpha = \frac{Cos^n\alpha}{Sen^n\alpha}$$

2. Como:

$$Csc\alpha = \frac{1}{Sen\alpha} \Rightarrow Csc^n\alpha = \frac{1}{Sen^n\alpha}$$

$$Sec\alpha = \frac{1}{Cos\alpha} \Rightarrow Sec^n\alpha = \frac{1}{Cos^n\alpha}$$

3. Se recomienda, en el proceso de simplificación de expresiones; el colocar a esta en términos de senos y cosenos; para luego operar. Si bien el criterio es bueno, no siempre reduce rápidamente la expresión; pero no dejar
4. de ser por ello, un criterio bastante usado.

Observación:

Al resolver ejercicios y problemas sobre identidades trigonométricas es recomendable tener en cuenta lo siguiente:

a) Si la expresión a ser resuelta presenta funciones trigonométricas que se relacionan directamente, entonces es recomendable trabajar con dichas relaciones.
b) Si la expresión a ser resuelta presenta funciones trigonométricas que no se relacionan directamente, entonces se sugiere escribir los términos de la expresión en función Seno y Coseno.

Los ejercicios y problemas sobre identidades trigonométricas se presentan de varios tipos veremos algunos.

1. **Demostraciones**
2. **Simplificaciones**
3. **Condicionales**

EJERCICIOS DE TIPO DEMOSTRACIÓN

Demostrar una identidad, implica que el primer miembro se pueda reducir al segundo miembro o viceversa o que cada miembro por separado se pueda reducir a una misma forma.
La verificación de identidades se efectúa usando las diferentes transformaciones tanto algebraicas o trigonométricas.
No existe desgraciadamente una regla única que sirva como norma para verificar identidades. Por lo general de los dos miembros se procura reducir del más complicado al más simple; en efecto, el estudiante debe tener presente la expresión a la que pretende llegar; pensar en todas las relaciones fundamentales (identidades) y seleccionar aquellas que le permitan obtener la expresión deseada.

EJERCICIOS

1. Demostrar que:
   $Tg^3x \,.\, Cos^2x \,.\, Csc^2x = Tgx$

2. Demostrar que:
   $(Senx+Cosx)^2 - 1 = 2SenxCosx$

3. Demostrar que:
   $(Tgx + Ctgx).Senx = Secx$

4. Demostrar que:
   $Ctgx \,.\, Senx = Cosx$

5. Demostrar que:
   $Senx \,.\, Secx \,.Ctgx = 1$

6. Demostrar que:
   $Tg^2x \,.\, Ctgx = Tgx$

7. Demostrar que:
   $Sec^3x \,.\, Cos^2x \,.\, Senx = Tgx$

EJERCICIOS de REFORZAMIENTO

Bloque I
(EN EL CUADERNO)

01.- Demostrar que:
$(Tgx + 1)Cosx – Senx = Cosx$

02.- Demostrar que:
$(Cscx – Senx)Senx = Cos^2x$

03.-Demostrar que
$$:\frac{Cos^2 x}{1 - Senx} = 1 + Senx$$

04.-Demostrar que
$$\frac{Sen^2x}{1 + Cos x} = 1 - Cos x$$

05.-Demostrar
$$:\frac{Sen^2 - Cos^2 x}{Senx + Cos x} = Senx - Cos x$$

06.-Demostrar
$$Sen^4 x - Cos^4 x = Sen^2 x - Cos^2 x$$

08.- Demostrar que:
$(Senx + Cosx)^2 +(Senx – Cosx)^2 = 2$

09.- Demostrar que:
$(Tgx + Ctgx)^2 – (Tgx – Ctgx)^2 = 4$

10.- Demostrar que:
$Tgx + Ctgx = Secx . Cscx$

11.- Demostrar que:
$Sec^2x + Csc^2x = Sec^2x . Csc^2x$

12.- Demostrar que:
$Tgx (1 – Ctg^2x) + Ctgx (1 – Tg^2x) = 0$

13.- Demostrar que:
$Sen^2x – Sen^4x = Cos^2x . Cos^4x$

14.- Demuestre que:
$$\frac{Senx + Cos x}{Sen - Cos x} = \frac{Tgx + 1}{Tgx - 1}$$

15.- Demuestre que:
$Sen^4x + Cos^4x = 1 – 2Sen^2x.Cos^2x$

EJERCICIOS DE SIMPLIFICACIÓN

Se buscara una expresión reducida de la planteada con ayuda de las identidades fundamentales y/o auxiliares con transformaciones algebraicas.

01.- Reducir:
$E =(Secx + Tgx – 1)(Secx – Tgx + 1)$

Resolución:
Si bien, el pasar a senos y cósenos, es un criterio muy generalizados; no siempre es necesario tales cambios; sino también el manejar las otras razones trigonométricas siempre que tengan relación. En el problema, por ejemplo:

$E =(Sec x + Tgx – 1)(Secx –Tgx+ 1)$
Operando:

$E = Sec^2x-secx.Tgx+Secx+Tgx.Secx -Tg^2x+Tgx-Secx+Tgx-1$

Reduciendo:
$E = Sec^2x - Tg^2x + 2Tgx - 1$
$E = 1 + 2Tgx - 1$
$\Rightarrow \therefore E = 2Tgx$

02.- Simplificar:
$H = Tgx.Cos^2x - Ctgx.Sen^2x$

Resolución:

Vamos a colocar la expresión en términos de senos y cosenos; así:

$H = Tgx.Cos^2x - Ctgx.Sen^2x$

$$H = \frac{Senx}{Cosx}.Cos^2x - \frac{Cosx}{Senx}.Sen^2x$$

Reduciendo:
$H = Senx.Cosx - Cosx.Senx$
$\Rightarrow \therefore H = 0$

03.- Reducir: $L = (Secx - Cosx)(Cscx - Senx)$

Resolución:
Pasando a senos y cosenos:

$$L=\left(\frac{1}{\cos x} - \cos x\right)\left(\frac{1}{senx} - senx\right)$$

Operando: $L = \left(\frac{1-\cos^2 x}{\cos x}\right)\left(\frac{1-sen^2x}{senx}\right)$; pero: $1-Cos^2x = Sen^2x$

$1-Sen^2x = Cos^2x$

Remplazando:

$$L=\frac{sen^2x}{\cos x}.\frac{\cos^2 x}{senx}$$

$\Rightarrow \therefore L = senx.cosx$

EJERCICIOS

Resolver en el cuaderno

01.-Simplificar: $E = Tgx.Cos^2 x - Ctgx.Sen^2x$

02.-Simplificar: $C = (Senx - 2Cos x)^2 + (2Senx + Cos x)^2$

03.-Simplificar: $E = Tg^2x.Cos^2 x + Ctg^2x.Sen^2x$

04.-Simplificar: $E = (Tgx + Ctgx)^2 - Tg^2x - Ctg^2x$

05.-Simplificar: $E = \dfrac{Cos^4x + 2Sen^2x - Sen^4x}{(Senx + Cosx)^2 + (Senx - Cosx)^2}$

PROBLEMAS

NIVEL I
(Resolver en el cuaderno)

01.- Reducir:

E = Senx . Ctgx – Cosx

a) 1 b) 0 c) Senx
d) Tgx e) Ctgx

02.- Simplifique:

C = (Tgx + 1) Cosx – Cosx

a) Senx b) 1 c) 0
d) Ctgx e) Secx

03.- Reducir:

C = (Secx – 1) Cosx + Secx . Cos^2x

a) Cosx b) 0 c) 1
d) –1 e) Senx

04.- Reducir:
C = $(Senx + Cosx)^2 + (Senx – Cosx)^2$

a) 1 b) 0 c) –1
d) 2 e) 2Senx.Cosx

05.- Simplificar: $E = \dfrac{Tgx + 1}{Ctgx + 1}$

a) Tgx b) Ctgx c) Secx
d) Cscx e) 1

06.- Reducir:
E = (Secx + Cscx) Senx – Tgx

a) 1 b) 2 c) Cscx
d) Ctgx e) Secx

07.- Reducir: E = (Tgx + Ctgx) Senx . Cosx

a) 1 b) Tgx c) Ctgx
d) Secx e) Cscx

08.- Simplificar:
E = (Cscx – Senx) Tgx

a) 1 b) Cosx c) Secx
d) Cscx e) Ctgx

09.- Reducir:
E = (Sec – Cosx) Ctgx

a) 1 b) Cosx c) Secx
d) Senx e) Cscx

10.- Simplificar: $E = \dfrac{Tgx + 1}{Senx + Cosx}$

a) Senx b) Cosx c) Secx
d) Cscx e) 1

11.- Reducir:

E = (Secx – Cscx) Senx + 1

a) Tgx b) Ctgx c) Secx
d) Cscx e) 1

12.- Simplificar:
$R = \dfrac{Senx}{1 + Cosx} + Ctgx$

a) Senx b) 1 c) Cscx
d) Ctgx e) Cosx

NIVEL II

13.- Reducir:

$$E = (Tg^2x + 1)\ Cosx - Tgx\ .\ Cscx$$

a) 1 b) 0 c) Ctgx
d) Tgx e) Secx

14.- Simplificar:

$$C = \frac{Sen^2x - Sen^4}{Cos^2x - Cos^4x}$$

a) 1 b) 2 c) ½
d) Sen^2x e) Tg^2x

15.- Reducir:

$$K = \frac{Tg^2x - Sen^2x}{Ctg^2x - Cos^2x}$$

a) Tg^2x b) Tg^4x c) Tgx
d) Tg^8x e) Ctg^4x

16.- Reducir:

$$E = \frac{Secx - 1}{1 - Cosx}$$

a) Tgx b) Ctgx c) Senx
d) Cosx e) Secx

17.- Reducir:

$$K = \frac{Tgx + Secx}{1 + Senx}$$

a) Tgx b) Ctgx c) Senx
d) Cosx e) Secx

18.- Reducir:

$$H = \frac{Secx + Senx}{Cosx + Cscx}$$

a) Tgx b) Ctgx c) Senx
d) Cosx e) Secx

19.-Simplificar:

$$P = \frac{Sen^4x + Cos^4x - 1}{Sen^2x.Cos^2x}$$

a) 1 b) 2 c) –2
d) –1 e) –4

EJERCICIOS DE TIPO CONDICIONAL

Si la condición es complicada debemos simplificarla y así a una expresión que puede ser la pedida o que nos permita hallar fácilmente la que nos piden. Si la condición es simple inmediatamente se procede a encontrar la expresión pedida.

01.- Sabiendo que:
Tgx + Ctgx = 4 ;
calcular: C = Senx.Cosx

Resolución:

De la condición: Tgx + Ctgx = 4 ; piden: C = Senx.cosx

Pasando a senos y cosenos:

$$\frac{\text{senx}}{\cos x}+\frac{\cos x}{\text{senx}}=4$$

Operando:

$$\frac{\text{sen}^2x+\cos^2 x}{\cos x.\text{senx}}=4 \Rightarrow \frac{1}{C}=4 \Rightarrow \quad \therefore\ C=\frac{1}{4}$$

02.- Siendo: Tgx + Ctg = 3 ; Calcular: C = $Tg^2x + Ctg^2x$

Resolución:
A partir del dato: Tgx + Ctgx = 3

Elevando al cuadrado: $(Tgx + Ctgx)^2 = 3^2$

$Tg^2x + 2Tgx.Ctgx + Ctg^2x = 9$

$Tg^2x + Ctg^2x + 2 = 9$

⇨ C + 2 = 9
⇨ ∴ C = 7
03.- Siendo:

$$\frac{\text{sen}^3x+\cos^3 x}{\text{senx}+\cos x}=\frac{7}{8} \quad ; \quad \text{calcular:} \quad C = Tgx + Ctgx$$

Resolución:

Recuerde que: $a^3+b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$

En la condición: $sen^3x + cos^3x = (Senx\text{-}cosx)(sen^2x\text{-}Senx.cosx^2x)$

Luego:

$$\frac{(\text{senx}+\cos x)(\text{sen}^2x-\text{senx}.\cos x+\cos^2 x)}{(\text{senx}+\cos x)}=\frac{7}{8}$$

Reduciendo:

$\text{Sen}^2\text{x-Senx.cos}^2\text{x}=\frac{7}{8}$; $\text{pero}: \text{sen}^2x+\cos^2 x=1$

$1 - \text{Senx.cosx} = \frac{7}{8} \Rightarrow \text{senx}.\cos x=\frac{1}{8}$

Piden: $C = \text{Tgx} + \text{Ctgx} = \frac{\text{senx}}{\cos x}+\frac{\cos x}{\text{senx}}$

Operando:

$C = \frac{\text{sen}^2x+\cos^2 x}{\cos x.\text{senx}}=\frac{1}{\text{senx}.\cos x}$

⇨ $C = \frac{1}{\frac{1}{8}}$

⇨ $\therefore\ C=8$

EJERCICIOS

01.- Si: $\text{Csc}\alpha + \text{Ctg}\alpha = 2$,
Hallar $E = \text{Csc}\alpha - \text{Ctg}\alpha$

02.- Si: $\text{Senx} . \text{Cosx} = \frac{1}{4}$,
hallar: $K = \text{Sen}^4x+\text{Cos}^4x$

03.- Si: $\text{Sec}\alpha + \text{Tg}\alpha = \sqrt{2}$, Hallar $E = \text{Sec}\alpha - \text{Tg}\alpha$

04.- Si: Cosx + Secx = 2 ; hallar $E = Cos^3x + Sec^3x$

05.- Si $Sen\alpha + Cos\alpha = \frac{\sqrt{6}}{2}$; hallar $E = Sec\alpha.Csc\alpha + 1$

PROBLEMAS

NIVEL I

(resolver en el cuaderno)

1. Siendo: Tgx = m; hallar:

   C = Tgx + Ctgx

2. Sabiendo que:
   $Sen^3x.Csc\,x + Tg^2x.Cos^2\,x = n$
   Hallar: "Sen^2x"

3. Sabiendo que: $Tg^2x.Ctgx + Tgx = 4$.

   Hallar: "Tgx"

4. Sabiendo que:
   $Cos^2x.Secx + Ctgx.Senx = n$

   Hallar : "Cosx"

5. Si: Tgx + 1 = Ctgx;

   hallar: $E = Tg^2x + Tgx$

6. Si: $Sec^2x + Secx = 1$; calcular:

   E = Secx – Cosx.

7. Siendo: $Tgx + Tg^2x = 1$; calcular:

   C = Ctgx – Tgx

8. Hallar "x" agudo que cumple:

   $1 - Sen^2x = \frac{1}{4}$

9. Hallar "x" agudo que cumple:
   $Sec^2\,x + 2Tg^2x = 4$

10. Hallar "x" agudo que cumple:

    $Sen^2x + 2Cos^2\,x = \frac{3}{2}$

NIVEL II
(resolver en el cuaderno)

01. Sabiendo que: Tgx + Ctgx = n
    Hallar : C = Senx . Cosx

a) n b) n^2 c) n – 1
d) $\frac{1}{n}$ e) $\frac{1-n^2}{n}$

02.- Sabiendo que: $Tgx + Ctgx = 4$;

calcular: $E = Tg^2x + Ctg^2x$

a) 10 b) 12 c) 14
d) 16 e) 18

03.- Sabiendo que:
$Senx + Cosx = \sqrt{\frac{4}{3}}$; calcular:

$E = Senx \cdot Cosx$

04.- Sabiendo que: $Tg\phi - Ctg\phi = 2$;
Calcular: $E = Tg^2\phi - 2Tg\phi$

a) 1 b) 2 c) –1
d) –2 e) 1/2

05.- Sabiendo que: $Sen\alpha + Tg\alpha . Cos\alpha = n$
Hallar : $C = Ctg\alpha . Sec\alpha$

a) $\frac{n}{2}$ b) $\frac{2}{n}$ c) $\frac{4}{n}$
d) $\frac{n}{4}$ e) $\frac{1}{n}$

06.- Sabiendo que:

$Sen^3x . Cscx + Cos^3x . Secx + Tg^3x . Ctgx = 3$

Calcular : $C = 3Tg^2x + 2$

a) 3 b) 5 c) 6
d) 8 e) 12

07.- Sabiendo que: $Tgx – Ctgx = 3$

Calcular : $E = Sec^2x + Csc^2x$

a) 11 b) 12 c) 13
d) 14 e) 15

08.- Hallar el valor agudo de "x" que cumple:

$$3Sen^2x + 2Cos^2x = \frac{5}{2}$$

a) 45º b) 30º c) 60º
d) 37º e) 53º

09.- Calcular el valor agudo de "x" que cumple:

$$2Sec^2x + Tg^2x = 11$$

a) 30º b) 37º c) 45º
d) 53º e) 60º

10.- Calcular el valor agudo de "x" que cumple:

$$Secx – cosx = Cscx – Senx$$

a) 15º b) 30º c) 45º
d) 60º e) 75º

Ejercicios

01.- Hallar:

$$\frac{1-Sen^4x+Cos^4x}{Cos^2x}$$

a) 1 b) 2 c) 4
d) 1/2 e) 1/4

02.- Reducir: $E=\frac{1+Sen^4+Cos^4x}{2+Sen^6x+Cos^6x}$

a) 1/2 b) 2/3 c) 2/7
d) 3/5 e) 1/7

03.- Simplificar:

$$E=\frac{(1+Senx+Cosx)^2}{2(1+Senx)}-\frac{(1-Senx-Cosx)^2}{2(1-Cosx)}$$

a) Senx b) Cosx c) Senx+Cosx d) 1 e) 2

04.- Simplificar:

$$\sqrt{\frac{Tgx+Ctgx+2}{Tgx+Ctgx}}\text{-Senx}$$

a) Senx b) Cosx d) Tgx
d) Xtgx e) Cscx

05.- Simplificar:

$$Tgx.\left(\sqrt{\frac{Secx+1}{Secx-1}}-\sqrt{\frac{Secx-1}{Secx+1}}\right)$$

a) 1 b) 2 c) 3
d) Tgx e) Senx

IDENTIDADES TRIGONOMÉTRICAS DE LA SUMA Y DIFERENCIA DE ÁNGULOS.

Fórmulas Básicas

I. Seno de la suma y diferencia de dos ángulos:

$$\boxed{\operatorname{sen}(\alpha+\beta)=\operatorname{sen}\alpha.\cos\beta+\operatorname{sen}\beta.\cos\alpha}$$

$$\boxed{\operatorname{sen}(\alpha-\beta)=\operatorname{sen}\alpha.\cos\beta-\operatorname{sen}\beta.\cos\alpha}$$

Desarrolle:

Sen (x + y) =

Sen (β - θ) =

Sen (10º - x) =

Sen (30º + x) =

II. Coseno de la suma y diferencia de dos ángulos:

$$\boxed{\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha.\cos\beta-\operatorname{sen}\alpha.\operatorname{sen}\beta}$$

$$\boxed{\cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha.\cos\beta+\operatorname{sen}\alpha.\operatorname{sen}\beta}$$

Desarrolle:

Cos (x + y) =

Cos (β - θ) =

Cos (40º - x) =

Cos (45º + x) =

III. Tangente de la suma y diferencia de dos ángulos

$$\boxed{\tan(\alpha+\beta)=\frac{\tan\alpha+\tan\beta}{1-\tan\alpha\ .\ \tan\beta}}$$

$$\boxed{\tan(\alpha-\beta)=\frac{\tan\alpha-\tan\beta}{1+\tan\alpha\ .\ \tan\beta}}$$

Desarrolle:

Tg(x + y) =

Tg(θ - α) =

Tg(45º + x) =

Tg(60º - α) =

EJERCICIOS

Resolver en tu cuaderno y hallar el valor de:

01) Sen8°
02) Tg44°
03) Cos8°
04) Tg8°
05) Csc 7°
06) Ctg14°
07) Sen58°
08) Tg7°
09) Sen32°
10) Cos58°
11) Sen21°
12) Ctg29°
13) Sen61°
14) Tg61°
15) Tg32°
16) Tg58°
17) Sen14°
18) Cos14°
19) Tg14°
20) Csc8°

PROBLEMAS

EJERCICIOS DE REFORZAMIENTO

NIVEL I

01.- Simplificar:

$$\frac{Sen(x+y)-Seny.Cosx}{Sen(x-y)+Seny.Cosx}$$

a) 1 b) Tgx c) Ctgy
d) Tgy e) Ctgx

02.- Reducir:

$$\frac{Sen(x+y)-Seny.Cosx}{Sen(x-y)+Seny.Cosx}$$

a) Tg25 b) Sen25º c) Senx
d) Tgx e) Ctgx

03.- Sabiendo que " α y β" son ángulos agudos; tales que:
$Tg\alpha = \frac{1}{2}$; $Tg\beta = \frac{2}{3}$.
Calcular : Sen ($\alpha + \beta$)

a) $\frac{3}{\sqrt{65}}$ b) $\frac{5}{\sqrt{65}}$ c) $\frac{7}{\sqrt{65}}$
d) $\frac{6}{\sqrt{65}}$ e) $\frac{4}{\sqrt{65}}$

04.- Sabiendo que "θ" y "α" son ángulos agudos; tales que:
$Csc\theta = \sqrt{10}$ y $Csc\alpha = \sqrt{17}$; calcular: Cos ($\theta - \alpha$)

a) $\frac{5}{\sqrt{170}}$ b) $\frac{7}{\sqrt{170}}$ c) $\frac{9}{\sqrt{170}}$
d) $\frac{11}{\sqrt{170}}$ e) $\frac{13}{\sqrt{170}}$

05.- Sabiendo que "θ" y "β" son ángulos agudos; tales que:
$Cos\ \theta = \frac{3}{\sqrt{13}}$ y $Cos\beta = \frac{4}{\sqrt{17}}$;
calcular: Tg($\theta + \beta$)

a) 1,1 b) 1,2 c)1,3
d) 1,4 e) 1,5

06.- Sabiendo que:
$Sen\alpha = \frac{3}{5}$; $\alpha \in$ IIC;
Calcular: C = Sen (45º - α)

a) $\frac{3\sqrt{2}}{10}$ b) $-\frac{3\sqrt{2}}{10}$ c) $\frac{7\sqrt{2}}{10}$
d) $-\frac{7\sqrt{2}}{10}$ e) $-\frac{3\sqrt{2}}{5}$

07.- Sabiendo que:
$Sen\alpha = -\frac{3}{\sqrt{10}}$; $\alpha \in$ IIIC
$\cos\beta = \frac{2}{\sqrt{13}}$; $\beta \in$ IVC
Calcular: E = Cos ($\alpha + \beta$)

a) $\frac{11}{\sqrt{130}}$ b) $-\frac{11}{\sqrt{130}}$ c) $-\frac{9}{\sqrt{130}}$
d) $\frac{9}{\sqrt{130}}$ e) $-\frac{7}{\sqrt{130}}$

08.- Calcular: "Sen75º"

a) $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$ b) $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$ c) $\frac{\sqrt{3}+1}{4}$
d) $\frac{\sqrt{3}-1}{4}$ e) $\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{2}$

09.-Simplificar:

$$C = \frac{sen(x+y)\ +\ sen(x-y)}{senx\ .\ seny}$$

a) Tgy b) 2Tgy c) Ctgy

d) 2Ctgy e) 2Tgx

10.-Calcular:

$$C = \frac{Cos(60º + x) + Cos(60º - x)}{Cosx}$$

a) 1 b) 2 c) $\sqrt{3}$
d) $\frac{1}{2}$ e) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

11.- Reducir:
E = Sen (x + y) – Seny . Cosx

a) Senx b) Cosy c)Senx.Cosy
d) Seny e) Cosx

12.- Simplificar:
E = Sen(x + y) + Sen (x – y)

a) Senx . Cosy b) 2 Senx . Cosy
c) Seny . Cosx d) 2Seny . Cosx
e) Cosx . Cosy

13.- Reducir:
E = Cos (x + y) + Senx . Seny

a) Cosx b) Cosy c) Cosx.Cosy
d) Senx e) Seny

14.- A qué es igual:
C = Sen3θ . Cosθ - Senθ . Cos3θ

a) Cosθ b) Cos2θ
c) Sen2θ d) Sen4θ
e) Cos4θ

NIVEL II

01.- A qué es igual:

E = Cos5α . Cosα - Sen5α . Senα

a) Cos4α b) Sen4α c) Cos6α
d) Sen6α e) Sen8α

02.- A qué es igual:

$$E = \frac{Sen5\theta . Cos\theta - Sen\theta . Cos5\theta}{Sen3\theta Cos\theta + Sen\theta . Cos3\theta}$$

a) 1 b) sen2θ c) tan4θ
d) cot4θ e) tan2θ

03.- Sabiendo que "α" y "θ" son ángulos agudos, tales que: $Tg\alpha = \frac{1}{2}$ y $Tg\beta = \frac{1}{3}$. Calcular: Sen(α+β).

a) $\frac{\sqrt{2}}{10}$ b) $\frac{3\sqrt{2}}{10}$ c) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
d) $\frac{\sqrt{3}}{10}$ e) $\frac{\sqrt{2}}{5}$

04.- Sabiendo que "α" y "θ" son ángulos agudos, tales que: $Tg\alpha = \frac{2}{3}$ y $Tg\beta = \frac{1}{3}$. Calcular: Cos(α - β).

a) $-\frac{5}{\sqrt{130}}$ b) $\frac{5}{\sqrt{130}}$ c) $-\frac{11}{\sqrt{130}}$
d) $\frac{11}{\sqrt{130}}$ e) $\frac{7}{\sqrt{130}}$

05.- Sabiendo que "α" y "β" son ángulos agudos, tales que: $Cos\alpha = \frac{2}{\sqrt{13}}$ y $Sen\beta = \frac{3}{5}$. Calcular: Tg(α + β)

a) 9 b) –9 c) 18
d) –18 e) –6

06.- Sabiendo que: $Tg\alpha = \frac{2}{3}$; α ∈ IIIC, calcular: C = sen (45º + α)

a) $-\frac{3}{\sqrt{26}}$ b) $\frac{3}{\sqrt{26}}$ c) $\frac{5}{\sqrt{26}}$
d) $-\frac{5}{\sqrt{26}}$ e) $-\frac{2}{\sqrt{26}}$

07.-Sabiendoque:
$Sen\beta = -\frac{3}{5}$; β ∈ IVC, calcular:

$E = Tg(45º - \beta)$

a) 1 b) 3 c) –3
d) 7 e) –7

08.- Siendo:

$Cos40º.Cosx - Sen40º.\ Senx = \frac{1}{2}$, calcular “x”.

a) 30º b) 10º c) 20º
d) 50º e) 60º

09.-Siendo:

$Sen2x.Cosx + Senx.Cos2x = \frac{\sqrt{2}}{2}$; calcular “x”.

a) 15º b) 20º c) 30º
d) 60º e) 25º

10.- Reducir:

$$E = \frac{Tgx - Tgy}{Tg(x - y)} - Tgx.Tgy$$

a) 1 b) Tgx c) Tgy
d) Ctgx e) Ctgy

11.- Reducir:

$$C = \frac{Sen(x - y)}{Cosx.Cosy} + Tgy$$

a) 1 b) Tgx c) Ctgx
d) Ctgy e) 1 + Tgy

12.- Si: $Senx + Cosx = \frac{\sqrt{2}}{4}$;

calular:

$$E = Sen(45º + x)$$

a) 0,5 b) 0,75 c) 0,25
d) 0,45 e) 0,16

13.- Siendo: $\alpha + \beta = \theta$; reducir:

$E = (Ctg\alpha - Ctg\theta)(Ctg\beta - Ctg\theta)$

a) $Sen\theta$ b) $Sen^2\theta$ c) $Sec^2\theta$
d) $Csc^2\theta$ e) $Ctg^2\theta$

14.- Reducir:

$$P = \frac{Sen(x - y)}{Cos.Cosy} + \frac{Sen(y - z)}{Cosy.Cosz} + \frac{Sen(z - x)}{Cosz.Cosx}$$

a) Tgx.Tgy.Tgz b) 1
c) 0 d) Ctgx.Ctgy.Ctgz
e) 2

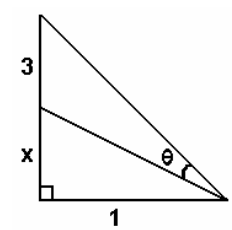
15.- Simplificar:

$$E = \frac{Tg20º}{Tg70º - Tg50º}$$

a) 1 b) 2 c) 4
d) 1/4 e) 1/2

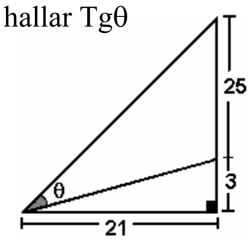
16.- En la figura, hallar “x”
Si se cumple que : $Tg\theta = 3/11$

a) 1
b) 2
c) 3
d) 4



17.- De la figura: hallar $Tg\theta$

a) 3/5
b) 3/4
c) 4/3
d) 17/28
e) 1



18.- Del gráfico hallar “x”

a) $\sqrt{3}$
b) 3
c) 4
d) 6
e) 7